

COMPITO DI ALGEBRA 1

9 luglio 2013

1. a) Siano A, B, C gruppi abeliani. Dimostrare che

$$\text{Hom}(A \oplus B, C) \cong \text{Hom}(A, C) \oplus \text{Hom}(B, C).$$

b) Sia G un gruppo abeliano di ordine n ; dimostrare che $G \cong \text{Hom}(G, \mathbb{Z}/n\mathbb{Z})$.

2. Determinare, a meno di isomorfismo, i sottogruppi di \mathcal{S}_6 di ordine 8.

3. Sia $\gamma = 3 + i \in \mathbb{Z}[i]$ e sia

$$A := \left\{ \frac{\alpha}{\beta} \mid \alpha, \beta \in \mathbb{Z}[i], (\beta, \gamma) = 1 \right\}.$$

Determinare gli elementi invertibili e gli ideali primi dell'anello A .

4. Determinare le sottoestensioni di $\mathbb{Q}(\zeta_{36})$, dando per ognuna un insieme di generatori su \mathbb{Q} .