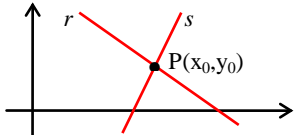
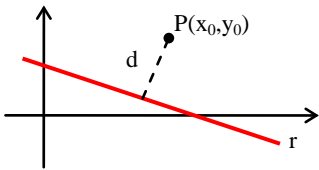
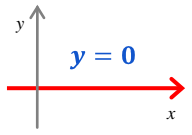
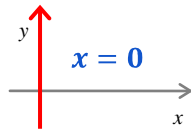
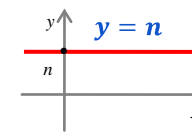
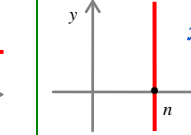
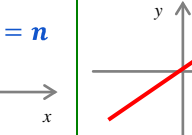
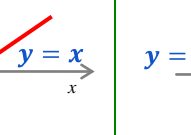
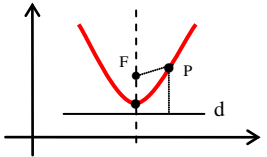
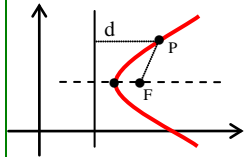
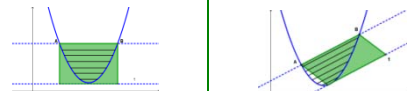


punti	
$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$	distanza tra due punti $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$
$x_M = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad y_M = \frac{y_1 + y_2}{2}$	coordinate del punto medio $M(x_M, y_M)$ tra due punti $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$
$x_G = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3} \quad y_G = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}$	coordinate del baricentro $G(x_G, y_G)$ di un triangolo di vertici $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$

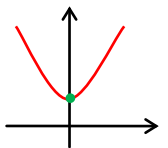
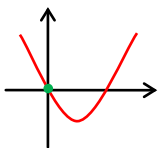
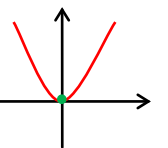
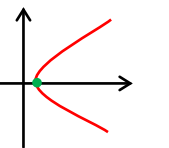
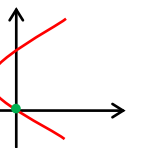
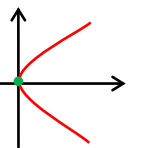
retta		
$ax + by + c = 0$	forma implicita	equazione della retta m è il coefficiente angolare q è l'intersezione con l'asse delle y p è l'intersezione con l'asse delle x
$y = mx + q$ $m = -\frac{a}{b} \quad e \quad q = -\frac{c}{b}$	forma esplicita	
$\frac{x}{p} + \frac{y}{q} = 1$	forma segmentaria	
$m_{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$	coefficiente angolare della retta passante per due punti $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$	
$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$	equazione della retta passante per due punti $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$	
$y - y_0 = m(x - x_0)$	equazione della retta passante per un punto $P(x_0, y_0)$ di coefficiente angolare m	
$m_r = m_s$	condizioni di parallelismo tra due rette r ed s	//
$m_r = -1/m_s$ oppure $m_r \cdot m_s = -1$	condizioni di perpendicolarità tra due rette r ed s	⊥
$\begin{cases} \text{equazione di } r \\ \text{equazione di } s \end{cases} \rightarrow x_0, y_0 \rightarrow P(x_0, y_0)$	punto $P(x_0, y_0)$ di intersezione tra due rette r ed s	
$d = \frac{ ax_0 + by_0 + c }{\sqrt{a^2 + b^2}}$	retta in forma implicita	
$d = \frac{ y_0 - mx_0 - q }{\sqrt{m^2 + 1}}$	retta in forma esplicita	
$\frac{a_1x + b_1y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = \pm \frac{a_2x + b_2y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$	equazione delle bisettrici degli angoli formati da due rette r, s $r: a_1x + b_1y + c_1 = 0$ $s: a_2x + b_2y + c_2 = 0$	
$tg \alpha = \frac{m_r - m_s}{1 + m_r m_s}$	tangente dell' angolo formato da due rette r ed s di coefficiente angolare m_r ed m_s	

rette particolari					
					
asse x	asse y	parallela asse x	parallela asse y	bisettrice I e III q.	bisettrice II e IV q.

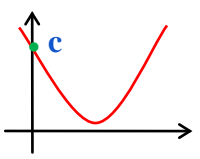
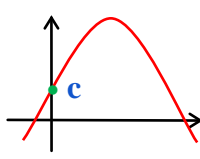
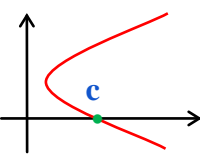
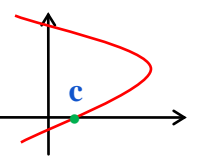
parabola

	La parabola è il luogo geometrico dei punti del piano equidistanti da un punto fisso F detto fuoco e da una retta data d detta direttrice: $\overline{PF} = Pd$	
parabola con asse di simmetria parallelo all'asse y		parabola con asse di simmetria parallelo all'asse x
$y = ax^2 + bx + c$	equazione completa	$x = ay^2 + by + c$
$V\left(\frac{-b}{2a}; \frac{-\Delta}{4a}\right)$ $\Delta = b^2 - 4ac$	coordinate del vertice	$V\left(\frac{-\Delta}{4a}; \frac{-b}{2a}\right)$ $\Delta = b^2 - 4ac$
$F\left(\frac{-b}{2a}; \frac{1-\Delta}{4a}\right)$	coordinate del fuoco	$F\left(\frac{1-\Delta}{4a}; \frac{-b}{2a}\right)$
$x = \frac{-b}{2a}$	equazione dell' asse	$y = \frac{-b}{2a}$
$y = \frac{-1-\Delta}{4a}$	equazione della direttrice	$x = \frac{-1-\Delta}{4a}$
$\frac{y_0 + y}{2} = ax_0 \cdot x + b \frac{x_0 + x}{2} + c$	equazione della retta tangente alla parabola in un suo punto $P_0(x_0, y_0)$ detta formula di sdoppiamento	$\frac{x_0 + x}{2} = ay_0 \cdot y + b \frac{y_0 + y}{2} + c$
$\mathcal{A} = \frac{2}{3} \mathcal{R}$ con \mathcal{R} area del rettangolo circoscritto al segmento parabolico	area del segmento parabolico	

parabole particolari

					
$b = 0$ $y = ax^2 + c$	$c = 0$ $y = ax^2 + bx$	$b = 0 \quad c = 0$ $y = ax^2$	$b = 0$ $x = ay^2 + c$	$c = 0$ $x = ay^2 + by$	$b = 0 \quad c = 0$ $x = ay^2$

significato grafico del coefficiente a e del coefficiente c

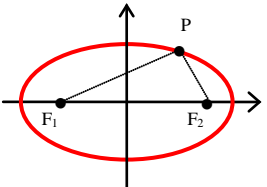
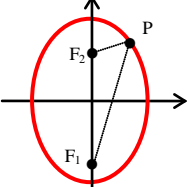
	$a > 0$		$a < 0$		$a > 0$		$a < 0$
se $a = 0$ la parabola degenera in una retta							

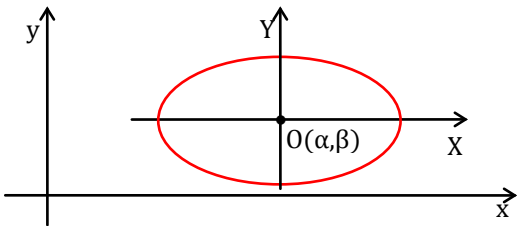
circonferenza		
La circonferenza è il luogo geometrico dei punti del piano equidistanti da un punto fisso C detto centro: $\overline{PC} = r$		
	$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$	equazione completa
	$C(\alpha, \beta)$ $\alpha = -a/2$ $\beta = -b/2$	coordinate del centro C
	$r = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 - c}$	relazione del raggio r
$(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = r^2$	equazione della circonferenza di centro $C(\alpha, \beta)$ e raggio r	
$x_0 \cdot x + y_0 \cdot y + a \frac{x_0 + x}{2} + b \frac{y_0 + y}{2} + c = 0$	equazione della retta tangente alla circonferenza in un suo punto $P_0(x_0, y_0)$ detta formula di sdoppiamento	
$(a_1 - a_2)x + (b_1 - b_2)y + c_1 - c_2 = 0$	equazione dell' asse radicale di due circonferenze	

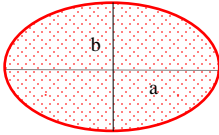
circonferenze particolari					
$a = 0$ $x^2 + y^2 + by + c = 0$	$b = 0$ $x^2 + y^2 + ax + c = 0$	$c = 0$ $x^2 + y^2 + ax + by = 0$	$a = c = 0$ $x^2 + y^2 + by = 0$	$b = c = 0$ $x^2 + y^2 + ax = 0$	$a = b = 0$ $x^2 + y^2 = r^2$
se $a = b = c = 0$ la circonferenza si riduce al punto $O(0,0)$ origine degli assi cartesiani					

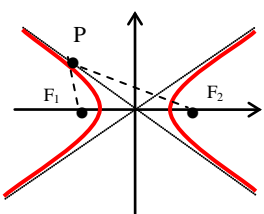
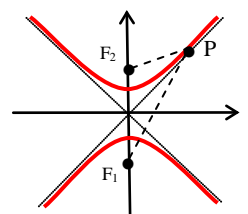
posizioni reciproche di due circonferenze					
$C_1 C_2 > R + r$ esterne	$C_1 C_2 = R + r$ tangenti esterne	$R - r < C_1 C_2 < R + r$ secanti	$C_1 C_2 = R - r$ tangenti interne	$C_1 C_2 < R - r$ interne	$C_1 C_2 = 0$ concentriche

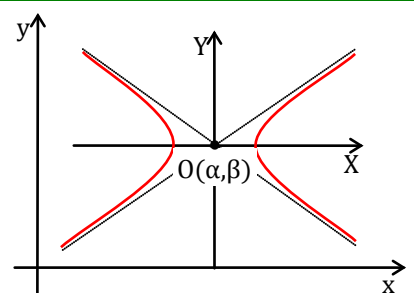
alcune formule sul cerchio e sulla circonferenza			
cerchio		settore circolare	segmento circolare ad una base
area del cerchio $\mathcal{A} = \pi \cdot r^2$	circonferenza $l = 2 \cdot \pi \cdot r$	$\mathcal{A} = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot \alpha}{360^\circ}$	$\mathcal{A} = \mathcal{A}_{\text{settore circolare}} - \mathcal{A}_{\text{triangolo AOB}}$

ellisse		
	L'ellisse è il luogo geometrico dei punti del piano tali che la somma delle distanze da due punti fissi F_1 e F_2 detti fuochi è costante: $\overline{PF_1} + \overline{PF_2} = \text{costante}$	
ellisse con i fuochi sull'asse x		ellisse con i fuochi sull'asse y
$\overline{PF_1} + \overline{PF_2} = 2a$		$\overline{PF_1} + \overline{PF_2} = 2b$
$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ $a > b$	equazione in forma canonica	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ $a < b$
$2a$	lunghezza asse maggiore	$2b$
$2b$	lunghezza asse minore	$2a$
$2c$	distanza focale	$2c$
$c^2 = a^2 - b^2$	relazione tra i parametri a, b, c	$c^2 = b^2 - a^2$
$F_1(-c; 0)$ $F_2(c; 0)$	coordinate dei fuochi	$F_1(0; -c)$ $F_2(0; c)$
$e = \frac{c}{a}$ $0 < e < 1$	eccentricità	$e = \frac{c}{b}$ $0 < e < 1$
$b^2x_0x + a^2y_0y = a^2b^2$	equazione della retta tangente alla ellisse nel su o punto $P_0(x_0, y_0)$ detta formula di sdoppiamento	$b^2x_0x + a^2y_0y = a^2b^2$

ellisse traslata		
l'ellisse si dice traslata se gli assi X e Y del suo sistema di riferimento sono paralleli agli assi cartesiani x e y		
	$O(\alpha, \beta)$	coordinate del centro dell'ellisse
	$\frac{(x - \alpha)^2}{a^2} + \frac{(y - \beta)^2}{b^2} = 1$	equazione dell'ellisse riferita al sistema XOY

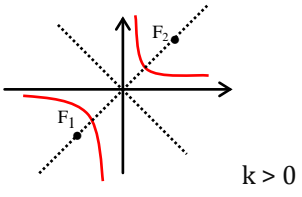
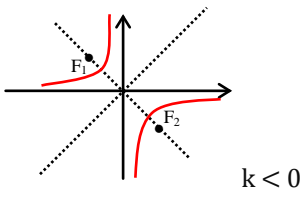
area e lunghezza dell'ellisse		
	$\mathcal{A} = \pi ab$	per $a=b$ l'ellisse diventa una circonferenza e la formula diventa quella dell'area del cerchio $\mathcal{A} = \pi r^2$
	$l = \pi \left[3(a + b) - \sqrt{(3a + b)(a + 3b)} \right]$	la lunghezza si calcola solo come sviluppo in serie di un integrale curvilineo: un buon valore approssimato è dato dalla formula del matematico indiano Ramanujan

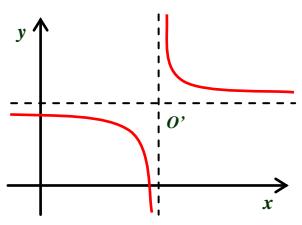
iperbole		
	<p>L'iperbole è il luogo geometrico dei punti del piano tali che la differenza in valore assoluto delle distanze da due punti fissi F_1 e F_2 detti fuochi è costante:</p> $ \overline{PF_1} - \overline{PF_2} = \text{costante}$	
iperbole con i fuochi sull'asse x		iperbole con i fuochi sull'asse y
$ \overline{PF_1} - \overline{PF_2} = 2a$		$ \overline{PF_1} - \overline{PF_2} = 2b$
$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$	equazione in forma canonica	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -1$
$2a$	lunghezza asse trasverso	$2b$
$2b$	lunghezza asse non trasverso	$2a$
$2c$	distanza focale	$2c$
$c^2 = a^2 + b^2$	relazione tra i parametri a, b, c	$c^2 = a^2 + b^2$
$F_1(-c; 0)$ $F_2(c; 0)$	coordinate dei fuochi	$F_1(0; -c)$ $F_2(0; c)$
$y = \pm \frac{b}{a}x$	equazione degli asintoti	$y = \pm \frac{b}{a}x$
$e = \frac{c}{a}$ $e > 1$	eccentricità	$e = \frac{c}{b}$ $e > 1$
$b^2x_0x - a^2y_0y = a^2b^2$	equazione della retta tangente alla iperbole nel suo punto $P_0(x_0, y_0)$ detta formula di sdoppiamento	$b^2x_0x - a^2y_0y = -a^2b^2$

iperbole traslata		
l'iperbole si dice traslata se gli assi X e Y del suo sistema di riferimento sono paralleli agli assi cartesiani x e y		
	$O(\alpha, \beta)$	coordinate del centro dell'iperbole
	$\frac{(x - \alpha)^2}{a^2} - \frac{(y - \beta)^2}{b^2} = 1$	equazione dell'iperbole con i fuochi sull'asse X riferita al sistema XOY

Geometria analitica in sintesi

iperbole equilatera: $a = b$		
$x^2 - y^2 = a^2$	equazione	$x^2 - y^2 = -a^2$
$c^2 = 2a^2$	relazione tra a, c	$c^2 = 2a^2$
$F_1(-c; 0)$ $F_2(c; 0)$	coordinate dei fuochi	$F_1(0; -c)$ $F_2(0; c)$
$y = -x$ $y = x$	equazione degli asintoti	$y = -x$ $y = x$

iperbole equilatera ruotata di $\pm 45^\circ$	
 <p>$k > 0$</p>	<p>equazione</p> <p>$xy = k$</p>
 <p>$k < 0$</p>	
$F_1(-\sqrt{2k}; -\sqrt{2k})$ $F_2(\sqrt{2k}; \sqrt{2k})$	coordinate dei fuochi
$F_1(-\sqrt{-2k}; \sqrt{-2k})$ $F_2(\sqrt{-2k}; -\sqrt{-2k})$	

iperbole equilatera ruotata e traslata detta funzione omografica		
	equazione	$y = \frac{ax + b}{cx + d}$ $c \neq 0$ $ad - bc \neq 0$
	coordinate di O'	$O' \left(-\frac{d}{c}; \frac{a}{c} \right)$
	equazione degli asintoti	$x = -\frac{d}{c}$ $y = \frac{a}{c}$

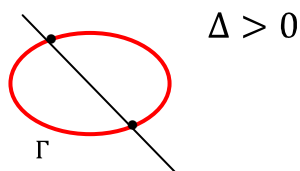
proprietà comuni a tutte le coniche

condizione di appartenenza di un punto $P_0(x_0, y_0)$ ad una retta r o ad una conica Γ

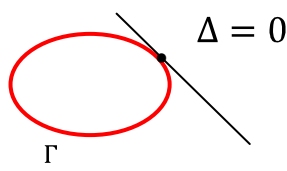
per verificare se un dato punto $P_0(x_0, y_0)$ appartiene ad una retta r oppure ad una conica Γ

- si sostituiscono le coordinate di P_0 , x_0 e y_0 , in r o in Γ
- si sviluppano i calcoli. Se si ottiene un'identità, il punto P_0 appartiene alla retta o alla conica

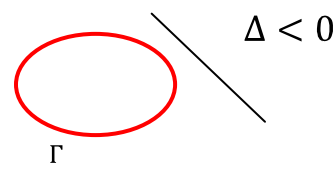
posizione di una retta rispetto ad una conica Γ



retta secante



retta tangente



retta esterna

per verificare se una retta è secante, tangente o esterna ad una conica Γ bisogna:

- ricavare la y dell'equazione della retta e sostituirla nell'equazione della conica
- sviluppare i calcoli ed ordinare l'equazione rispetto alla x
- dell'equazione di II grado così ottenuta calcolare il $\Delta = b^2 - 4ac$ oppure, se b è pari, il $\frac{\Delta}{4} = \left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac$
- verificare il segno del Δ
- se $\Delta > 0$ la retta è **secante** alla conica. Si hanno 2 intersezioni reali e distinte cioè **2 punti in comune**
- se $\Delta = 0$ la retta è **tangente** alla conica. Si hanno 2 intersezioni reali e coincidenti cioè **1 punto in comune**
- se $\Delta < 0$ la retta è **esterna** alla conica. Non si ha nessuna intersezione reale cioè **nessun punto in comune**

ricerca delle equazioni delle rette tangenti ad una conica

tangenti da un punto esterno $P_0(x_0, y_0)$

- si scrive l'equazione del fascio di rette *proprio* di centro $P_0(x_0, y_0)$: $y - y_0 = m(x - x_0)$
- si ricava la y dall'equazione del fascio di rette

- si sostituisce la y trovata nell'equazione della conica

- si sviluppano i calcoli e si ordina rispetto alla x ottenendo un'equazione di II grado in x

- si ricava il Δ o il $\Delta/4$ e lo si impone uguale a 0: $\Delta = 0$ ottenendo una equazione di II grado nell'incognita m

- si risolve l'equazione in m ottenendo m_1 ed m_2

- si sostituiscono uno alla volta i valori m_1 ed m_2 nell'equazione iniziale del fascio ottenendo le equazioni delle due rette tangenti

tangenti parallele ad una retta di coefficiente angolare m

- si scrive l'equazione del fascio di rette *improprio* di coefficiente angolare m assegnato: $y = mx + q$

- si sostituisce la y trovata nell'equazione della conica

- si sviluppano i calcoli e si ordina rispetto alla x ottenendo un'equazione di II grado in x

- si ricava il Δ o il $\Delta/4$ e lo si impone uguale a 0: $\Delta = 0$ ottenendo una equazione di I o II grado nell'incognita q

- si risolve l'equazione in q ottenendo q_1 e q_2

- si sostituiscono uno alla volta i valori q_1 e q_2 nell'equazione iniziale del fascio ottenendo le equazioni delle due rette tangenti