

LEZIONE 13 → 7-11-2020

Il **Teorema di Pappo-Guldino** presenta una certa generalità inoltre **Pappo** cerca di riordinare e generalizzare e questo è un po' una caratteristica peculiare della matematica greca tarda, e in particolare dell'epoca di Pappo. Successivamente segue un'epoca in cui la matematica si concentra sui commenti (vedi Teone, che fa l'edizione degli elementi). Con **Eutocio** si conclude l'età antica e la matematica greca, non che la matematica greca non risorga, ma tutte le volte che risorge tra gli arabi, nel Rinascimento, risorgerà con caratteristiche del tutto diverse. L'età antica finisce con l'espansione araba e da cui inizia l'età medievale. Questo crea una frattura in un mondo che aveva una sua continuità, successivamente gli arabi diventano anche abili marinai, quindi il Mediterraneo non è più un ponte tra oriente e occidente ma diventa luogo di scontro di cui gli arabi ne fanno padroni.

-Henri Pirenne, Maometto e Carlo Magno- opera che risale agli anni "30 presenta numerose critiche per gli argomenti trattati. La tesi di Pirenne di fondo ovvero che l'espansione araba abbia provocato una rottura nel mondo allora conosciuto è però vera.

Talmente decisivi sono gli arabi che in un centinaio di anni circa questi si espandono moltissimo fino alla Francia. Nell'arco di un centinaio di anni il mondo cambia radicalmente, non c'è più unità: da una parte c'è il mondo islamico e dall'altra parte c'è la cristianità greca. Questa rottura comporta anche un arretramento generale nella cultura, gli arabi e il mondo latino sono completamente differenti. Fino al IX secolo per quanto ci riguarda, la cultura e in particolare quella scientifica langue in questo enorme mutamento epocale, che ha anche plasmato il nostro mondo attuale.

Per quanto riguarda il mondo occidentale dobbiamo aspettare il XII secolo per avere un risveglio scientifico.

Andiamo nel mondo Arabo.

Gli arabi nella loro espansione hanno una politica di assimilazione, non c'è uno scontro o una persecuzione nei domini che conquistano, spesso mantengono i funzionari bizantini o persiani che trovano nelle città che conquistano. Al momento della battaglia di Poitiers, verso la metà dell'ottavo secolo l'espansione degli arabi si arresta, questa si arresta e si spezza anche, vengono a crearsi dei califfati autonomi, in particolare in Spagna e in Africa, sotto sede del califfo che siede a Bagdad. Questa viene fondata nell'VIII secolo, il califfato abbaside costruisce questa città e inizia una politica culturale molto spinta, questa dipende dal fatto che passata la diffusione dell'Islam si voglia costruire una cultura araba, e iniziano anche studi

scientifici. Questi studi sono molto influenzati dai popoli con cui gli arabi entrano in contatto, molto importanti sono i monasteri, inoltre entrano in contatto anche con la cultura indiana, cultura che ha sviluppato molto il campo dell'algebra. A Bagdad all'inizio del IX secolo inizia una riappropriazione di una scienza greca e la fondazione di una nuova disciplina che è l'algebra. (perché nuova?) questi due aspetti sono i più importanti di quello che è l'eredità che gli arabi ci consegnano.

Conseguenze importanti delle azioni degli arabi:

1. **Trasmissione e conservazione di una serie di testi greci che altrimenti sarebbero rimasti sepolti nelle biblioteche bizantine**
2. **La creazione dell'algebra**
3. **La diffusione del sistema notazione posizionale indiano.**

Alla corte del califfo Al-Mamun vive **Al-Khwarizmi**, è un astronomo che scrive due trattati: il primo è **Algorismi de numero indorum** e questo titolo ha dato luogo alla parola algoritmo. La notazione posizionale ha un aspetto importante: quello dell'introduzione dello zero. Non che questo faccia dello zero un numero, perché con lo zero non conto niente. D'altro canto il fatto che lo zero entri negli algoritmi (ad esempio quando faccio la moltiplicazione) fa sì che la rigidità del concetto di numero come numero per contare si ammorbidisca parecchio. Infatti il numero per contare diventa numero per operare. Gli algoritmi funzionano sul sistema posizionale, il numero non è più la pluralità di unità degli Elementi di Euclide ma diventa qualcosa su cui farci delle operazioni.

Un'altra cosa importante è il secondo libro di Al-Khwarizmi: **Al-jabr e al-Muqabala** (algebra e cose cabalistiche) questo è il primo libro dedicato a Mahmood di teoria delle equazioni.

Al-jabr e al-Muqabala sono le operazioni che si fanno per trasportare da una parte all'altra gli elementi di una equazione e si fa per evitare di avere quantità negative:

$3x-2=3+x$ (a sx ho una cosa menomata → porto il 2 dall'altra parte) e quindi ottengo → $3x = 5+x$. Non ho più cose menomate, sarebbe il libro della restaurazione e della composizione.

Il Libro tratta perlopiù di soluzioni ai problemi di geometria, eredità....

Anche in Diofanto e in altri avevamo visto che trattavano metodi vari per risolvere problemi ma la novità è che per prima cosa viene detto che ci sono tre tipi di numeri: i numeri puri, le radici e i mal

- **dirham** → censo in latino, cioè una moneta → numero a
- **jidr/shay** → radice o cose incognite → x
- **mal** → la ricchezza, il bene, il tesoro → x^2

qui abbiamo 3 tipi di cose che posso combinare in 6 modi diversi e quindi la possibilità di avere tre tipi di equazioni di 1° grado e 3 tipi di 2° grado.

In queste manca uno dei tre tipi di numeri

1° → $\{ ax = b \rightarrow$ manca mal

$\{ ax^2 = bx \rightarrow$ manca jidr

$\{ ax^2 = b \rightarrow$ manca dirham

2° → $\{ ax^2 + bx = c$ qui abbiamo eq di 2° complete (compaiono tutti tre tipi), i numeri negativi non ci sono,

$\{ ax^2 = bx + c$

$\{ ax^2 + c = bx$

Il libro di Al Khwarizmi inizia con la classificazione di equazioni di secondo grado e per ognuno di questi presenta un metodo risolutivo. Abbiamo la teoria delle equazioni, in particolare i problemi che vengono trattati vengono fatti arrivare a uno di questi tre tipi. Fatti Particolarmente importanti:

1. La tradizione dei problemi viene messa sotto sopra. La cosa tradizionale è dare una soluzione relativa al problema analizzato. Qui invece abbiamo l'equazione che viene prima del problema stesso e l'approccio è di cercare di ricondurre il problema a uno di questi tipi di equazioni analizzato
2. Al khwarizmi dice che ci sono 3 tipi di numeri. L'idea del numero è qualcosa con cui si opera, non si usa più per contare tende ad assumere una certa generalità.
3. Quello che succede nei successori di Al- khwarizmi è che abbiamo la comparsa dei numeri irrazionali

Quello che nella matematica greca radice due era qualcosa di incommensurabile, qui invece radice di due diventa un numero vero e proprio in quanto altrimenti l'equazione di secondo grado non la risolveresti. Con l'algebra cose che prima non avevano lo statuto di numero lo acquistano immediatamente, poi anche i numeri negativi.

Riassumendo:

1. Modifica del concetto di numero, esistenza delle radici come numero
2. Radice di due è un numero sordo (inesprimibile o senza parola e chi è muto è anche sordo)
3. Ognuna di queste equazione ha una sua regola di risoluzione

Per risolvere un'equazione di secondo grado Al-khwarizmi usa la geometria e completa un quadrato geometrico (non lo si poteva fare col completamento del quadrato che conosciamo noi oggi) questo porta a una dialettica tra l'algebra nascente e la geometria che continua fino a **Francois Viète** (fine del '500).

Con l'approccio che Al-khwarizmi inaugura cambia la proprietà di specifici oggetti matematici.

Questi nuovi numeri che introduce Al-khwarizmi che status hanno? Cosa sono? Nell matematica si sta introducendo qualcosa di più astratto.

LEZIONE 14 → 9-11-2020

Come già trattato nella volta precedente con la fine del mondo antico il mondo si spezza in varie parti e viene interrotta quella continuità nel campo della cultura e della vita più in generale, che ha caratterizzato molti secoli. Gli arabi saranno i protagonisti di questo periodo, ed è proprio grazie al lavoro svolto a Bagdad che si diffonde la filosofia e la scienza nel mondo occidentale. Gli arabi svolgono un'importante opera di trasmissione della filosofia e della scienza dei popoli che conquistano, e che diffondono da queste civiltà all'occidente latino. Occidente latino ridotto a pochi territori, in questo nuovo mondo gli arabi svolgeranno questa funzione. Questo movimento di trasmissione inizia nel IX secolo con la fondazione a Bagdad della casa della sapienza. Altro aspetto collegato con questo ma completamente nuovo è l'opera di **Al-Khwarizmi**. Egli è un astronomo che vive alla corte di Al-mamun, il quale oltre ai testi astronomici scrive due libretti:

1. **Algorismi de numero indorum**, in cui è illustrato il sistema di numerazione posizionale e gli algoritmi con cui si possono fare i calcoli pervenuto a noi solo per traduzione latina
2. Libro dell' **Al-jabr e Al-Muqabala**

Il sistema posizionale in che modo contribuisce al cambiamento del concetto di numero?

Grazie al sistema posizionale viene introdotto lo zero come segnaposto, ma applicato agli algoritmi acquisisce un valore numerico, da qui si ha lo slittamento del concetto di numero da numero per contare a numero per operare. Gli algoritmi permettono di automatizzare il calcolo quindi rendono possibile il calcolo anche a gente meno esperta. Quindi si ha una democratizzazione del numero (in un qualche senso). Il testo di **Algebra** invece ci è pervenuto in arabo, con la prima edizione critica nel **2007** fatta da

un arabista egiziano: **Roshdi Rashed**. Egli va il merito di aver fatto moltissime edizioni di testi arabi della matematica, a lui dobbiamo anche **la scoperta di tre libri di Diofanto** perduti in greco, ha fatto la versione araba delle **coniche di Apollonio**, ha fatto in una serie di volumi intitolati **"Matematiche Infinitesimali"** una raccolta di testi arabi di ispirazione archimedea, questo lavoro è colossale, al di là delle sue interpretazioni discutibili. Pensa che la matematica occidentale derivi direttamente da quella araba. Accanto a questo tipo di interpretazione Rashed fornisce una traduzione in arabo e poi anche in francese. L'algebra di **Al-khwarizmi** ha una particolare rilevanza non tanto per cosa essa si applica (si applica a problemi ben noti) ma per un capovolgimento del punto di vista. Egli parte dal dire che ci sono 6 tipi di equazioni, perché ci sono tre tipi di numero: **il numero puro, la radice o incognita e il mal (jidr al quadrato), che lui chiama rispettivamente dirham, jidr/shay (radice o cosa incognita) e il mal, tradotti poi in latino come: numerus, radis e come censo rispettivamente.**

Perché sei tipi di equazione? Perché abbiamo tre tipi di numeri e da questi mediante un ragionamento combinatorio. Otteniamo 6 equazioni
Il resto del libro è dedicato alla raccolta dei problemi che vengono risolti riconducendoli a una dei tipi di equazioni, da qui un nuovo oggetto entra nelle pratiche matematiche ovvero l'equazione, un'importante suo successore **Abu Kamil** produrrà una vera e propria teoria delle equazioni fino a che nel XII secolo **Omar Khayyam** studierà anche equazioni di terzo grado. Altro aspetto da sottolineare è il fatto che queste regole di soluzione dell'equazione, fanno sì che il concetto di numero si amplii come numero per operare, infatti vengono introdotto anche i numeri irrazionali. E questo produrrà tutta una corrente di ricerca che condurrà alla algebrizzazione del X libro di Euclide, o una rilettura algebrica dell' Aritmetica di Diofanto.
Altro aspetto importante come già accennato prima è che queste regole fanno sì che:

1. il concetto di numero si generalizza. Il numero diventa numero per operare. Da questo punto di vista Abu Kamil studierà anche equazioni in cui il coefficiente è irrazionale.
2. Entrano nell' aritmetica/algebra i numeri irrazionali.
3. Si ristudierà il X libro di Euclide.
4. Si avrà una rilettura algebrica dell' aritmetica di Diofanto.
5. **Omar Khayyam** risolverà tutti i tipi di equazioni di secondo grado intersecando curve geometriche opportune.
6. Introduzione dell'equazione
7. Si apre un nuovo filone di ricerca

Altra cosa della volta scorsa: nel testo di Al-Khwarizmi si presentano i sei tipi di equazione con le loro regole, senza modo di poter dimostrare queste regole. Dobbiamo aspettare **Viète** per giustificare le operazioni algebriche all'interno dell'algebra stessa. Quindi per giustificare tali regole bisogna ricorrere al linguaggio della geometria. Inoltre si usano sempre equazioni specifiche con numeri, dopodichè si fanno operazioni che si appoggiano a teoremi di geometria che essenzialmente servono per completare un quadrato. Quindi l'algebra che sta nascendo è un'algebra che è ancora subordinata alla vera disciplina matematica che resta la geometria o l'aritmetica dei libri di Euclide. Questo porta un seme di novità molto importante perché questa nuova visione algebrica ha delle immediate ricadute nella vita quotidiana, le equazioni sono molto utili per problemi pratici.

Opera di trasmissione degli arabi verso l'occidente latino

Nel **1927** uno storico americano **Charles Homer Haskins** pubblicò un libro intitolato **"Il Rinascimento del XII secolo"**. Il termine Rinascimento viene coniato non molto tempo prima da **Burckhardt** nel libro **"La Civiltà del Rinascimento in Italia"** che faceva iniziare il rinascimento con Federico II (XII secolo). La visione di Haskins è concentrata sull'Europa, egli vede nell'Europa latina questa rinascita nei campi più vasti: dalle crociate, riscossa dell'occidente nei confronti dell'islam, alla fondazione delle prime università, dalla religione alla nascita della letteratura volgare e così via. Il punto di vista di Haskins è da prendere in considerazione: **il rinascimento della matematica inizia nel XII secolo per concludersi nel XVI.**

A partire dal XII secolo, avviene uno sviluppo della matematica in occidente che è basato su 2 aspetti:

1. recupero del corpus della matematica greca
2. Appropriazione della matematica araba.

A partire da questi due aspetti e dal loro intreccio si produrrà nel XII secolo, la nascita della matematica moderna. Questa ha un padre e una madre: matematica di tradizione araba e matematica greca. Anche se questa non è una tesi unanimemente condivisa.

Perché il XII secolo?

Nel XII secolo si sviluppa in Sicilia normanna e nell'area Iberico-Provenzale (penisola iberica, Spagna, Catalogna, Provenza) un accentuato fenomeno di recupero di testi. I normanni avevano conquistato la Sicilia che era stata conquistata dai romani, la quale diventa un crogiolo di civiltà. In questo contesto vengono tradotte varie opere sia dall'arabo che dal greco. Viene tradotto dal greco gli **Elementi di Euclide**, viene anche fatta la traduzione

dell'**Almagesto di Tolomeo**, vengono tradotti anche testi arabi. Si hanno anche trattati su coniche iperbole, anche se il vero polo di irradiazione della cultura scientifica è il mondo Iberico-Provenzale. Nel corso del XII secolo si hanno alcuni traduttori importanti che sono:

1. **Platone da Tivoli**
2. **Ermanno di Carinzia**
3. **Adelardo di Bath** (vedi tradizione Euclide, gli Elementi, che sarà alla base della traduzione fatta da **Campano Da Novara**)
4. **Giovanni da Siviglia**
5. **Roberto di Chester**, egli traduce l'Algebra di Al-Khawarizmi e forse traduce anche il testo Algorismi de numeri indorum

Il personaggio di spicco delle traduzioni che vengono effettuate in ambito iberico è **Gerardo da Cremona** con la scuola delle traduzioni di Toledo, muore nel 1187.

Situazione della Spagna in quell'epoca

Succede che nel X, XI, XII secolo questi piccoli staterelli spagnoli si rafforzano sempre di più e iniziano una politica di riconquista che, nel corso del XII secolo, l'ultimo regno musulmano verrà sconfitto da Isabella di Castiglia e Alfonso d'Aragona che sposandosi daranno origine al regno di Spagna. Toledo viene riconquistata quindi, e attorno alla cattedrale di Toledo si apre una scuola che produrrà una serie di traduzioni (**Giovanni di Siviglia** è legato a questa scuola) in particolare **Gerardo da Cremona** tradurrà almeno 74 opere dall'arabo. Abbiamo una sua vita redatta dai soci, colleghi. Questi ci raccontano che egli non riusciva a trovare scuole con un certo spessore culturale per comprendere le filosofie e le scienze, quindi attirato dalle notizie che vengono dalla Spagna si reca a Toledo spinto anche da conoscere l'almagesto di Toledo. Una volta giunto in Spagna egli tradurrà numerose opere: di dottrina fisica, e di moltissimi altri campi, tra cui filosofia, medicina, ottica.

Opere di Matematica che traduce:

1. **Almagesto di Tolomeo**
2. **Misura del cerchio di Archimede**
3. **Verba filiorum o liber triumphantum**, che è una compilazione scritta da tre fratelli che scrivono testi di geometria di misura che rimandano a sfera e cilindro formula di Erone. La lettura di questi tre fratelli fatta su Archimede sarà poi quella usata fino alla riscoperta di Archimede stesso.
4. **Traduzione degli Elementi di Euclide**
5. **Algebra di Al-khwarizmi**

Un elemento importante di questo periodo è la cultura che si diffonde nelle università. In queste l'attenzione è concentrata nel diritto, nella teologia e nella medicina. La medicina contiene inoltre la filosofia. Nelle università la matematica non viene mai approfondita, la conoscenza matematica è prettamente legata all'oroscopo. Gli aspetti algoritmici e la notazione posizionale iniziano a diffondersi in occidente già alla fine del X secolo e inizi del XI. Si diffondono anche sistemi di calcolo con sassolini, cambi di monete ecc.. E questo è attribuibile si pensa a **Giovanni da Siviglia** nel "**liber Mahamelet**" di cui è stata fatta recentemente una edizione da **Jacques Sesiano** che è un trattato abbastanza caotico, probabilmente proveniente da fonti arabe. In cui vengono già utilizzate tecniche nuove, nuove per modo di dire dato che queste tecniche, o alcune di queste le troviamo anche in Al-Khawarizmi che è del IX, quindi la diffusione in occidente latino della matematica araba arriva in ritardo. Nel corso del XII secolo ci sono vari segnali che nell'area iberico provenzale e poi anche nella Sicilia normanna queste tecniche avessero conosciuto una diffusione, anche se non approfondita.

In Italia il grande diffusore di queste tecniche e di queste novità matematiche sarà **Leonardo Pisano detto Fibonacci** che compilerà a proposito di questo una grande opera il "**Liber Abaci**" (trad. libro del calcolo) che sarà la base dello sviluppo della matematica in occidente e principalmente in Italia centro settentrionale.

LEZIONE 15 → 13-11-2020

Come scritto da **Charles Homer Haskins** in Europa abbiamo una rinascita che coinvolge vasti campi tra cui quello religioso, economico sociale e molto altro. In questo periodo alcuni fattori molto importanti sono la creazione delle università e tale rinascimento porta con sé attraverso la mediazione araba tutta una serie di testi scientifici. Si diffondono i due trattati di Al-Khawarizmi. Quello di algebra e quello sulla notazione posizionale oltre a questo la tradizione arabo-latina fa tornare nell'occidente latino tutto un corpus di matematica greca.

Il rinascimento scientifico inizia nel XII secolo. Ma c'è un'altra corrente di pensiero con a capo **Pierre Duhem** (era un fisico, prima metà del **1900**) il quale studiando manoscritti della biblioteca nazionale di Parigi del XIV secolo, pensa che la scienza moderna in particolare quella galileiana abbia origine scolastica. Egli condusse studi su Leonardo da Vinci. Lui vede le radici della nascita della scienza moderna e in particolare della fisica galileiana nei cosiddetti **Calculatores di Oxford**.

Uno di questi famosi calcolatores fu **Nicola Oresme** (XIV secolo).

La loro attività

L'idea di fondo della loro attività è quella di risolvere problemi rispetto alla fisica aristotelica utilizzando tecniche matematiche che si riconducono alla teoria delle proporzioni di Euclide. Continuatore di Oresme è ad esempio **Marshall Clagett** (morto all'inizio degli anni 2000) egli ha pubblicato:

1. **“Archimede in the middle ages”** : opera composta di 5 volumi rivolta a voler far vedere come lo stesso Archimede conosciuto nel medioevo era quello che aveva effettivamente influenzato l'origine della scienza moderna
2. Uno studio della meccanica nel medioevo
3. Altri libri minori

Oltre alla corrente di pensiero che vede essenziale l'umanesimo, abbiamo questa che vede l'umanesimo come una parentesi. Secondo questa linea di pensiero il rinascimento sarebbe una parentesi tra il 1400 e il 1500 per la componente scientifica. La corrente greco-umanistica per cui la matematica moderna sia diretta conseguenza della matematica greca ha preso molto piede. Questa matematica moderna ha un lungo periodo di incubazione, e ha una madre e un padre. **Il padre sarà l'algebra con forte influenza araba. Mentre la madre arriverà a maturazione soltanto nell'umanesimo.** Questa minorità della madre è spiegato dal fatto che questi campi hanno scarsa applicazione per la matematica, cioè diritto, teologia, filosofia ecc.. Anche nei calcolatores non si sviluppa la matematica, si prende solo quel poco che serve per applicarla a determinati contesti.

La società del XII secolo vuole una matematica pronta all'uso e che serva a quella che è la grande espansione dell'occidente (fine crociate ecc..). Un altro elemento importante è che la matematica teorica si sviluppa bene dove esistono dei centri di potere che sostengono la cultura e la tradizione matematica, scuole in senso ampio a proposito di questi centri, Nell'antichità abbiamo Atene, Alessandria nel mondo arabo abbiamo Bagdad, parlando di Archimede abbiamo la corte di Viterbo con **Campano e Vitelo, Guglielmo di Moerbeke**. La riappropriazione della matematica quindi può avvenire solo ove ci sono centri che lo permettono.

Quindi riassumendo abbiamo questi due filoni:

1. Filone arabo
2. Filone greco

Sarà dall'intreccio tra queste due pratiche matematiche che alla fine del 600 nascerà qualcosa di nuovo.

La società del XII e XIII secolo è una società che ha fame di matematica, già nel corso del XII secolo si iniziano a diffondere il sistema indiano, l'algebra a farne testimonianza è il **Liber Mahamelet** di **Giovanni da Siviglia**. In particolare a contribuire alla diffusione di questa matematica è **Leonardo Pisano detto Fibonacci**.

Leonardo Pisano

Non sappiamo niente o quasi, di questa figura. Il padre si chiama Guglielmo, era un funzionario importante della repubblica pisana. Sappiamo che il padre quando Fibonacci era bambino, era un funzionario in Algeria e iscrisse il figlio a lezioni di matematica. Fibonacci fu molto soddisfatto e lo scrisse nel suo **Liber Abaci**. Questo conobbe una prima pubblicazione nel **1202** e poi una seconda versione, lo dice Leonardo stesso, dedicata a un membro della corte di Federico II, **Michele Scioto** del **1228**. **Enrico Giusti** studiando il manoscritto nota che la data 1228 compare solo in un manoscritto, negli altri compare solo 28, che può voler dire qualsiasi cosa, quindi non si è sicuri della veridicità di questa data. L'edizione critica di Giusti è composta da 800 pagine. La prima edizione a stampa fatta nel **1859** da **Baldassarre Boncompagni** consiste in più di 500 con fogli maggiori dei fogli A4. Questa opera può essere divisa in 4 parti:

1. Numerazione indiana e algoritmi, che comincia con la moltiplicazione e la divisione
2. Matematica commerciale ovvero tutti quei problemi che questa grande espansione del commercio possiede. Questo commercio ricopre una vasta area quindi c'è la necessità di tenere una corrispondenza scritta. I problemi della matematica commerciale sono: cambi di monete, cambi di unità di misura, baratti...
3. Matematica dilettevole e curiosa. Si trova ad esempio il famoso problema dei conigli (da cui nasce la successione di Fibonacci)

Si trova anche il problema della scacchiera di cui Fibonacci propone una soluzione.

Nel liber abaci si ritrova tutta una tradizione di problemi che risale alla notte dei tempi della matematica.

Nel capitolo XII si trova il problema degli alberi

data $x=h$ altezza dell' albero

$$\frac{1}{4}x - \frac{1}{3}x = 21 \rightarrow \frac{7}{12}x = 21 \rightarrow x = \frac{21}{7}12 = 36$$

Con cui Fibonacci risolve con il metodo della falsa riduzione.

4. La doppia falsa riduzione che viene introdotta nel XII capitolo su problemi dilettevoli, algoritmi per radici quadrate e cubiche e algebra. Gli algoritmi sono di derivazione araba

Cosa ha a che fare algebra con i mercanti?

Perché permette di avere uno schema generale semplificato, ma anche l'algebra stessa Leonardo la applica al problema degli interessi.

LEZIONE 16 → 16-11-2020

Nome

Fibonacci a Pisa era conosciuto come Leonardo Bigollo che in pisano vuol dire Leonardo il Giramondo, come testimoniato da tutti i manoscritti del Liber Abaci. Mentre Fibonacci deriva da "figlio di Bonaccio".

Del **Liber Abaci** sappiamo che Leonardo ne scrisse una versione nel **1202** che fu poi corretta dopo aver conosciuto Federico II nel 1226 (?) in particolare la correzione avviene per la richiesta da parte di Michele Scoto (molto vicino a Federico II). Nella storia così come si è diffuso il fatto che Leonardo si chiamasse Fibonacci, si è diffuso anche il fatto che la seconda edizione del Liber Abaci fosse composta nel **1228**. In effetti i testimoni del testo non ci dicono questo, il numero 1228 può essere collegata a una catalogazione. Succede che **Giusti** lavorando all'edizione critica del Liber Abaci. svolge la recensione dei testimoni dei manoscritti possibili. Tra questi c'è il codice della biblioteca Laurenziana di Firenze, come è fatto?

Questo codice comincia dal capitolo XII, mancano i primi 11 che trattano della matematica mercantile e della numerazione indiana. Da questo capitolo cominciano cose più serie, nonostante sia libro di matematica creativa. Entrano infatti cose del tipo la falsa riduzione di serie ecc... quasi come preparazione degli ultimi capitoli che sono più complicati (vedi volta scorsa). Giusti si è reso conto che:

1. Questo capitolo è diviso in 10 parti, mentre il resto della tradizione che contiene questo capitolo è diviso in 9 parti
2. Ci sono una serie di atteggiamenti dei copisti che nel fare l'indice del capitolo riportano 10 parti
3. Inoltre ci sono errori che mostrano come si sia passati a errori presenti nella versione del Laurenziano alla sua correzione nelle versioni successive, non si può pensare il contrario ovvero che il Laurenziano rappresenti una evoluzione dell'edizione del 1228.

Questo è importante perché la biografia di Fibonacci è costellata da incertezze. Ad esempio il **Liber Quadratorum** è trasmesso da un unico manoscritto latino datato **1225** che è dedicato a Federico II, peccato però che Fibonacci non abbia conosciuto Federico II prima del 1228 quindi molte cose rimangono nel vago.

Altre opere di Leonardo:

"Practica Geometrie" datata **1220**, non è molto sicuro neppure questa data perché a Pisa si datava in un modo invece a Firenze in un altro. Questo testo è molto importante in quanto Leonardo riprende tutta una serie di tematiche di geometria con rinvii a testi, ad esempio per la misura del cerchio lui cita **Archimede**, mediante la traduzione di **Gerardo da Cremona**. Un altro studioso importante ha dimostrato che **l'Euclide** che Fibonacci utilizza è l'Euclide normanno che si pensa che abbia conosciuto durante i suoi viaggi. La Practica Geometrie insieme al Liber Abaci ci danno l'idea che Leonardo sia a conoscenza della matematica araba e dei testi classici.

Come già accennato in precedenza il **Liber Abaci** è un libro monumentale (vedi edizione di Giusti), deduciamo anche che non era un libro destinato ai molti ma solo a una ristretta cerchia di persone a un ambiente colto. Al tempo stesso è presente della matematica mercantile molto pratica. Leonardo stesso lo cita un paio di volte nel Liber Abaci aveva composto un **Liber de Numero Di Minoris Squisse**, un libro di "condensato" di cui non abbiamo nessuna traccia. Questo libro può essere interpretato come un libro pratico ma con un fondamento teorico, in cui vengono messe in luce le regole spicce, una sorta di libro per ingegneri.

Solo verso la fine del 1200 i primi 11 capitoli vengono tradotti in volgare in un libro chiamato **Liber de L'Abaco** **1285** scritto per l'appunto in volgare umbro. E' un manoscritto lussuoso, cioè tutto miniato e scritto bene, magari con tanti errori. Ampie sue parti sono tradotte direttamente dal Liber Abaci.

Una edizione critica di questo libro viene fatta da **Andrea Bocchi** un italianista, che ha dimostrato proprio che alcune parti sono state tradotte da Liber Abaci, lo vede perché sono stati conservati gli errori. Nell'Italia del '200 e '300 il ceto mercantile diventa protagonista e ciò giustifica anche la diffusione del libro.

Leonardo insegnante

«Considerando l'onore e il profitto della nostra città e dei cittadini, che derivano loro dalla dottrina e dai diligenti servigi del discreto e sapiente maestro Leonardo Bigollo nelle stime e ragioni d'abaco necessarie alla città e ai suoi funzionari, e in altre cose quando occorre, deliberiamo col presente atto che allo stesso Leonardo, per la sua

dedizione e scienza e in ricompensa del lavoro che sostiene per studiare e determinare le stime e le ragioni sopraddette, vengano assegnate dal comune e dal tesoro pubblico venti lire a titolo di mercede o salario annuo, oltre ai consueti benefici, e che inoltre lo stesso [Leonardo] serva come al solito il comune pisano e i suoi funzionari nelle pratiche d'abaco»

Da <https://it.wikipedia.org/wiki/Leonardo_Fibonacci> "

Si pensa che Leonardo sia stato un insegnante presso il comune pisano e abbia insegnato ai funzionari pisani.

A partire dalla fine del '200, il Liber Abaci per ingegneri si è diffuso in vari volgari in Italia centro settentrionale.

Tra chi si diffonde questa cosa?

Tra il XII e il XIII secolo si ebbe una forte espansione quindi si vengono a creare reti commerciali molto vaste di cui i banchieri e i commercianti erano protagonisti. Ad esempio in questi commerci avvenivano molti scambi tra molti posti pertanto quelli che all'inizio erano scritture contabili diventano strumenti fondamentali per il commercio e lo scambio. Ad esempio a Prato nel 1800 sfondando una parete è emerso l'archivio di un mercante pratese: **Francesco di Marco Latini**, in questo archivio ci sono 150.000 documenti sciolti e 600 registri di corrispondenza e questo mercante non è minimamente paragonabile con un Peruzio o con un Medici. Francesco di Marco Latini aveva filiali ad Avignone, Firenze, Prato, Pisa e in ogni città ci doveva essere un'agente che teneva i conti e lo informava. In questo ceto mercantile si sviluppa un modo di scrivere particolare (la scrittura mercantesca) che permette di capire da che tipo di classe sociale provenga un certo documento.

Dove studiano questi mercanti/banchieri?

Studiano in quelli che si chiamano **scuole d'abaco**.

ni (XIV sec.): «Istimavasi avere in Firenze da novantamila di bocche tra uomini e femmine e fanciulli, per l'avisio del pane bisognavano al continuo alla città. [...] Trovamo che' fanciulli e fanciulle che stavano a leggere del continuo da ottomila in diecimila. I garzoni che stavano ad apprendere l'abbaco e algorisimo in sei scuole da mille in milledugento. E quelli che stavano ad apprendere gramatica e loica in quattro grandi scuole da cinquecentocinquanta in seicento».

Questo passo significa che l'educazione che si sviluppa nell'Italia del '300 ha due filoni:

Quella elementare in cui si insegnava a leggere e scrivere in Latino e l'aritmetica elementare, verso i 12 anni si aprivano due strade:

1) la scuola d'abaco

2) la grammatica

(uno non esclude l'altro)

Chi andava nella scuola di grammatica imparava il latino seriamente e poi verso i 15/16 anni andava all'università per poi poter scegliere una delle tre facoltà.

Nelle scuole d'abaco invece si parla in volgare e si trova il materiale dei primi undici capitoli del Liber Abaci, il **Liber Abaci Minores** può essere un Liber Abaci per abachisti.

Il Calcolo viene fatto con l'abaco

Scuola d'abaco, chi le frequentava?

Alla scuola d'abaco si entrava all'età di 12 anni. Si ha una scolarizzazione di massa e livelli di alfabetizzazione aumentano tantissimo infatti tutti i bambini fiorentini andavano a scuola. **Carlo Maccagni** si è inventato un nome per i frequentanti di queste scuole: "**lo strato culturale intermedio**". È uno strato che riguarda il tipo di cultura che viene condivisa; intermedio: ovvero per un certo tipo di persone tra la massa degli analfabeti e l'élite che imparava il Latino e andava all'università, si andava dal piccolo artigiano fino al figlio del nobile. Che tipo di cultura viene diffuso? Questo strato di cultura non impara solo un certo tipo di matematica, ma impara e condivide una cultura piuttosto vasta, in volgare.

La frequentavano futuri idraulici, agrimensori, tecnici, ingegneri ecc... tutti questi avevano bisogno di una cultura matematica che andasse sul pratico. C'è tutto questo mondo che non aspira a una professione liberale che si forma in questo ambiente, il passo successivo è entrare in una bottega. Faceva l'apprendista come pittore, cartografo, notaio avvocato ecc...

Che matematica veniva insegnata?

Venivano insegnate le 4 operazioni e la matematica mercantile, lo strumento principe è la teoria delle proporzioni. Vengono insegnate anche tutta una serie di regole riguardante la geometria pratica per le misure di campi, botti ecc... Tutta l'impalcatura teorica che ancora si ritrova nel Liber Abaci evapora completamente, il metodo didattico è quello della totale ripetizioni di esempi (un processo completamente meccanico), lo strumento con cui si insegna è il così detto libro d'abaco. Questo è uno strumento destinato al maestro perché contiene queste liste di problemi e la stessa tradizione delle botteghe d'abaco è che la bottega passi al figlio o a un socio e così via, contemporaneamente il

libro d'abaco va modificandosi, in questo modo si diffondono una quantità di libri d'abaco molto vasta, **Warren Branch** ha recensito tutti i libri d'abaco trovati in Italia e ne ha trovati 300.

Due aspetti importanti di questa matematica:

1. Per la prima volta nella storia, sicuramente nell'occidente latino si ha una alfabetizzazione matematica assai diffusa
2. La matematica che si insegna è del tutto elementare ma una piccola frazione dei libri d'abaco presenta argomenti più complessi tipo l'algebra, infatti proprio nelle scuole d'abaco del '400/'500 si fa la scoperta di come risolvere algebricamente le equazioni terzo e quarto grado, che neppure gli arabi erano riusciti a trovare. E non è solo l'algebra, infatti un personaggio come **Piero della Francesca** che viene da un ambiente delle scuole d'abaco e coltiva l'arte della prospettiva scrive lui stesso un trattato d'abaco anche molto avanzato perché cerca di affrontare studi di equazioni anche di 6° grado. Piero della Francesca è il primo a fare una trattazione matematica teorica della prospettiva, il "**de prospectiva pingendi**" scritto in volgare (la traduzione in latino viene dopo) è una sua opera che tratta di questo.

La matematica abachista quindi produce e si sviluppa.

LEZIONE 17 → 20-11-2020

Sviluppi nel campo dell'algebra

L'algebra araba è un'algebra retorica in cui non compaiono né simboli né formule, sono regole espresse a parole. Nel corso dei secoli si inizia ad avere uno sviluppo che da una parte va verso la progressiva simbolizzazione degli oggetti trattati e dall'altra si sviluppa una ricerca di cercare di trattare anche le equazioni di terzo grado. **Qui entra in gioco un processo che durerà per tutto il XIV fino al XV secolo.** L'idea è di riuscire a trovare regole simili a quelle usate nelle equazioni di secondo grado anche per quelle di terzo o grado superiore. Questo è presente anche in **Leonardo** stesso nella sua opera il "**Floss**". Giovanni da Palermo un membro della corte di Federico II (1226) propone a Fibonacci di trovare una soluzione a equazioni di terzo grado. Leonardo prima dimostra che tale equazione non ha soluzione in numeri interi, poi in numeri razionali, poi in radicali quadratici e infine da una soluzione approssimata con una buona approssimazione senza però spiegarlo. Sempre nel **Liber Abaci** troviamo trattato il problema degli interessi che è alla base dell'interesse della cultura dell'abaco verso l'equazione di

grado superiore : supponiamo di avere un capitale con un certo interesse allora dopo un certo numero di anni otteniamo il montante del capitale.

$C(1 + x)^n = M$ Problema studiato da Leonardo: se ha un certo capitale e vuoi ottenere un dato montante in tre anni, a quale tasso di interesse deve essere impiegato?

$C(1 + x)^3 = M \rightarrow x = \sqrt[3]{\frac{M}{C}} - 1$. C'è un problema questa può essere vista come un'equazione per esteso

$$C(1 + x)^3 = C \cdot (1 + 3x + 3x^2 + x^3) = M \quad \text{Quindi}$$

$$C(1 + x)^3 = Cx^3 + 3Cx^2 + 3Cx + C = M$$

Le equazioni di terzo grado del tipo sopra visto hanno questa particolare

regola risolutiva. $x = \sqrt[3]{\frac{M}{C}} - 1$ In questi anni quindi si vuole vedere se data una certa equazione è possibile avere una regola generale per risolverla. In questo tipo di ricerca che comincia nel '200 e dura fino al '400 viene scoperto che data un'equazione di terzo grado si può ridurre sempre in:

$$x^3 + px^2 = q$$

E all'inizio del '500 succede che a Bologna vengono scoperte la regola generale per risolvere equazioni del tipo:

$$x^3 + px = q$$

$$x^3 + q = px$$

$$x^3 = px + q$$

Bologna è una delle poche sedi universitarie in cui c'è una lettura di Matematica e una di Matematica abachista, questi risultati vengono scoperti da **Scipione del Ferro** senza però pubblicarli. Qualche anno dopo un allievo di Scipione sfida **Tartaglia** (un maestro d'abaco a Venezia) a risolvere una serie di problemi. Tartaglia si rende conto che i problemi che tale allievi gli propone si ricollegano a equazioni di terzo grado che egli aveva già precedentemente studiato, e da cui ne deduce una regola generale per la risoluzione di: $x^3 + px^2 = q$

Il capitolo di cubi e cose = a numero. Poi sarà lo stesso Tartaglia a proporre a tale allievo un problema su cui Tartaglia aveva già trattato e il povero allievo non riusciva ad uscirne. L'altro aspetto interessante è la questione delle sfide ed inoltre i maestri d'abaco sono una classe molto omogenea, si va da persone che insegnano le 4 operazioni base e non di più fino a personaggi del

calibro di Tartaglia. Un maestro d'abaco sarà tanto più famoso quanto la sua fama di risolutore di problemi si diffonde, così come la fama di Tartaglia che arriva ad un altro matematico importante **Gerolamo Cardano**. Egli è figlio illegittimo di un umanista e medico milanese Fazio Cardano, studia medicina ma essendo figlio illegittimo il collegio milanese non lo vuole ammettere tra i suoi membri. Gerolamo trova un impiego a Milano nelle scuole piattine, e nel suo insegnamento decide di pubblicare una piattica aritmetiche. Venuto a sapere di ciò che è successo a Venezia comincia a tormentare Tartaglia per sapere delle formule da lui scoperte. Tartaglia va a trovare cardano a Milano e alla fine Cardano riesce a estorcergli la formula che Tartaglia gli da sotto forma di sonetto.

Cardano ha in casa un ragazzino, **Ludovico Ferrari** che data la sua notevole intelligenza da servo lo promuove a segretario poi lo prende come allievo ed infine Ludovico Ferrari supera il maestro riuscendo a risolvere equazioni di quarto grado. Cardano e Ferrari vanno a Bologna dove conoscono Bartolomeo della Nave che è il genero di Scipione del Ferro che fa l'insegnante di matematica abachista all'università di Bologna, e da cui pubblica l' **Ars Magna**. Questo è un evento epocale e contiene la summa di tutta l'algebra che si poteva conoscere, viene pubblicata con la stampa e in latino.

Umanesimo & stampa

La stampa a caratteri mobili venne inventata verso il **1450** da Gutemberg. Questa ha degli effetti fondamentali per tutto, in particolare per il campo della matematica. Il libro a stampa ha un impatto molto diverso dal manoscritto:

1. Costa molto meno
2. Ha una diffusione molto maggiore

Il punto 2 è particolarmente vero per il campo matematico. Ad esempio per Archimede supponiamo che esistessero 20-30 copie delle opere di Archimede, queste copie sarebbe sparse per l'Europa e inoltre tutte diverse dall'altra. Colui che volesse studiare Archimede dovrebbe andare a prendere una di queste copie in uno di questi luoghi.

Con la stampa quando le 1544 viene stampata l'Editio Princeps di Archimede ne vengono stampate 300 copie, qui allora è il libro che cerca il lettore e non viceversa, anche perché c'è un investimento tecnologico e culturale.

Un esempio di importanza di questa rivoluzione è la diffusione del protestantesimo, inoltre la stampa si diffonde in un periodo dove c'è una rinascita degli studi, **in quanto il rinascimento scientifico è già iniziato (XII secolo). A partire dalla fine del XIV secolo inizia l'umanesimo**: ci si convince sempre più che il mondo classico abbia realizzato delle conquiste

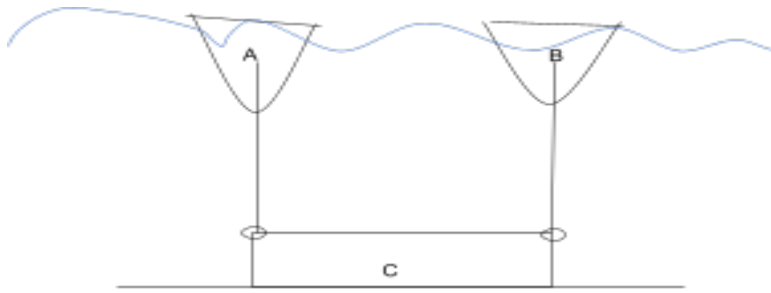
che sono molto più di ciò che ci circonda, da qui la ricerca di testi, la ripresa di modelli, nel corso stesso del '400 viene riscoperto Archimede stesso, sempre nel '400 si diffonde l'opera de **Architectura** di **Vitruvio** e tutto questo secolo è pervaso dalla ricerca dell'antico. Esiste un umanesimo scientifico che ha una importanza decisiva, per esempio **Lorenzo Valla** grazie agli strumenti della filologia dimostra la falsità della donazione di Costantino, oppure altrettanto importante è **Francesco Filelfo** che in Italia porta le coniche di Apollonio, importante è anche il fatto che nelle biblioteche si accumulino testi di matematica greca astronomia ecc...

La nascita di questo movimento si sposa con il proto-rinascimento e con la rivoluzione della stampa che rende possibile la diffusione di vecchi e nuovi testi, questo fa sì che nell'arco di un secolo (1450 e 1575) diventino disponibili a stampa l'intero corpus della matematica greca di cui disponiamo noi oggi, e non solo ma si comincia anche un lavoro di riappropriazione di questa matematica che si basa anche su un pubblico molto più vasto del precedente. Gli stessi ambienti della cultura dell'abaco sono ambienti molto sensibili a questo nuovo tipo di matematica

Niccolò Tartaglia

Viene da una famiglia poverissima, il padre faceva il riders. Probabilmente era anche orfano di padre, in quanto quando nel 1507 alla sede di Brescia i francesi irrompono nella chiesa e ammazzano tutti quelli che ci sono, in particolare danno una sciabolata a tartaglia che gli crea un grave danno nella faccia e la madre cerca di curarlo leccandolo (non avevano soldi per curarsi, facevano un po' come fanno i cani) da questo eventi Niccolò Tartaglia rimase balzubiente, da cui il cognome. Poi va alla scuola d'abaco, ma non frequenta fino alla fine perché non ha soldi e il maestro si fa pagare, quindi continua gli studi autonomamente, ottiene successo e ottiene anche una cattedra come maestro d'abaco. Successivamente si sposta a Venezia dove entra in contatto con importanti mercanti, tra cui Manuzio. Egli è il diffusore del carattere corsivo e del logo.

Tartaglia essendo a Venezia deve accreditarsi anche come umanista, da cui scrive in latino una traduzione di Euclide in modo da accreditarsi anche come bravo umanista. Quindi lui alla fine si è fatto una fama come risolutore di equazioni di 3° grado ma anche come umanista. Nel corso del '500 si crea questo intreccio tra quello che è la cultura dell'abaco (che viene dalla matematica araba, pratiche degli artisti dei mercanti) e il ritorno della matematica Greca. Tartaglia in una sua parafrasi dei Galleggianti cerca di utilizzare la teoria di Archimede su una sua idea pratica per sollevare una nave affondata:



Si cerca di accostare questa "nuova matematica antica" in contesti pratici/abachisti. Quello che succederà nel corso del '500 sarà anche il processo inverso, ovvero di come i problemi posti dalla matematica abachista e dal recupero della matematica classica porteranno a una fusione di questi due punti di vista che darà vita a qualcosa di completamente nuovo.

Il tipo di matematica che si impara nelle scuole d'abaco è una matematica in cui hai molta più libertà, nonostante sia "meno" evoluta della matematica Greca di Archimede e Euclide, inoltre quasi tutte le città dell'Italia centro settentrionale hanno le loro scuole d'abaco, quindi abbiamo anche molti più "matematici" di quanto non ce ne fossero nel passato.

LEZIONE 18 → 23-11-2020

Edizione critica: attenzione ai testi corrotti!

Per anni si è creduto che la proposizione 6 della quadratura della parabola fosse molto importante in quanto ci avrebbe fornito importanti spunti per capire cosa ne pensasse **Archimede** sull'equilibrio o sul centro di gravità, ma la parte dove si parla dell'equilibrio e del centro di gravità è una parte corrotta, e questo lo trova **Heiberg** nella sua edizione critica, per questo le Edizioni Critiche sono molto importanti. Questo lavoro di edizione critica è molto importante quindi per quello che riguarda il periodo almeno fino alla stampa.

Volta scorsa:

Si è accennato alla storia dell'algebra, ma ci sono due fatti fondamentali:

1. Invenzione della stampa con ruolo cruciale per la diffusione della cultura scientifica
2. Umanesimo e la sua ricerca di ricostruzione del sapere antico, questa ricostruzione non è una cosa archeologica o ammuffita. Il riappropriarsi del mondo classico porta a una reinterpretazione del mondo classico stesso. Ad esempio Machiavelli, e la sua idea del "fine giustifica i mezzi" è nata proprio dalla rilettura del mondo classico

Stampa

La stampa matematica inizia con il recupero della tradizione del XII e XIII secolo e della tradizione dell'abaco. La prima stampa importante è

1. **I'Elementa geometriae** di **Euclide** fatta da **Campano** e stampata nel **1482** a Venezia (**Erasmus Ratdolt**)
2. **I'Euclide** di **Tartaglia** del **1543**,
3. **I'Archimede** di **Guglielmo**.
4. Nel **1518/1519** viene stampato il **Teodosio** nella traduzione di **Platone da Tivoli**
5. Nel **1494** quando **Luca Pacioli** stampa la **Summa de arithmetica, geometria, proportioni et proportionalita**. Questa è una raccolta di testi che lui presenta come suoi ma in realtà sono ripresi da trattati d'abaco medievali, da Euclide.

Questi esempi ci dicono che la stampa matematica va verso il recupero delle fonti classiche attraverso la tradizione arabo latina che era cominciata nel XII XIII secolo. Quando si comincia a tradurre dal Greco ad esempio nel **1505** quando **Bartolomeo Zamberti** pubblica una opera di Euclide, e poi nel **1537** quando viene pubblicata una traduzione dei primi 4 libri di Apollonio, si tratta di cose imperfette. La fine del '400 e la prima metà del '500 sono dedicate da una parte al recupero della tradizione classica, e dall'altra l'inizio di una fase nuova, ovvero nuove traduzioni dirette dal greco come ad esempio Zamberti e **Memmo**, che anche se sono ancora immature segnano l'ingresso sul nuovo mercato matematico, e sulla nuova comunità di studiosi, opere nuove come nuove traduzioni di Euclide e Apollonio. L'altro aspetto dell'umanesimo e della stampa è il fatto che l'umanesimo ha reso disponibili una serie di manoscritti greci, così nel **1533** **Simon Gyranus** pubblica il **testo greco di Euclide**, oppure nel **1544** a Basilea esce **Archimede Editio Princeps** greco latina. Dietro a queste attività c'è il lavoro degli umanisti, in particolare dietro la pubblicazione di Archimede c'è uno dei personaggi più importanti della storia della matematica che è **Giovanni Regiomontano** (Johannes Müller von Königsberg) (morto nel 1476). Questi era un giovane molto dotato, laureatosi a 15 anni va a Vienna a lavorare con un astronomo che era uno degli immediati predecessori di Copernico. Regiomontano verrà in Italia a seguito del **cardinale Bessarione**, si impadronirà molto bene del greco e scriverà dei trattati di matematica nel campo dell'algebra, trigonometria ecc.. la cosa più importante è che dopo aver viaggiato in molti posti d'Europa e accumulati abbastanza soldi, torna in Königsberg (in Polonia) e nel 1470 impianta una tipografia, egli si rende conto dell'importanza di questo nuovo strumento. La prima cosa che fa è pubblicare un volantino pubblicitario, questo è diviso in due parti:

1. opere altrui
2. I propria

Nella parte 1 si ritrovano tutti i matematici che lui ha potuto studiare sotto la guida Bessarione. Giovanni alla sua morte lascia degli allievi che successivamente riprenderanno la sua tradizione e l'Archimede che esce da Basilea è la traduzione di **Jacopo di San Cassiano** che lui ha avuto da Bessarione e che ha corretto. Nella prima metà del secolo, i risultati dell'umanesimo, i tesori accumulati nelle biblioteche e il nuovo strumento della stampa fa sì che presto è disponibile quasi tutto il corpus della matematica greca.

La stampa che effetto ha sulla matematica dell'abaco del XII-XV secolo?

1. La stampa ha un effetto micidiale sulla tradizione abachista, il mondo della cultura dell'abaco sarà obliterato dalla stampa (è un processo che durerà decine di anni). Questo perché non c'è più bisogno di andare nelle scuole d'abaco per imparare, ora ci sono i libri, si può imparare "autonomamente". Nel corso del '500 cambia radicalmente la struttura dell'insegnamento. Non dobbiamo dimenticare che il '500 è un secolo di profondi cambiamenti, vedi scoperta dell'America e tutto quello che porta dietro: inflazione, sconvolgimenti sociali e altro.
2. La diffusione di un nuovo modello di matematica che avviene sempre attraverso la stampa ovvero il recupero della matematica classica.
3. L'altro grande evento è la riforma protestante che porterà a guerre e lacerazioni e ridisegnare la carta d'Europa fino alla fine della guerra dei trent'anni (1648) tale riforma a sua volta avrà la risposta della riforma cattolica o controriforma, e queste due riforme cambiano le carte in tavola dell'insegnamento.

Nel campo cattolico si vengono a formare ordini religiosi che si dedicano all'insegnamento tra cui i Gesuiti fondati da un ex militare spagnolo Ignazio di Loyola (compagnia è un termine militare). Questo è un ordine alle dirette dipendenze del papa. Lo scopo della compagnia (dopo alcune esitazioni) è quello di impadronirsi dell'educazione dell'élite. In pochi anni in tutta Europa ma anche in tutto il mondo si viene a creare una rete di collegi destinati ai gesuiti stessi e anche per la formazione di queste classi di élite. Il primo è il collegio romano, in questi collegi viene fornita un'educazione classica, tutto dentro l'atrio dei paletti messi a punto dalla controriforma. Ma dentro questo atrio si ha un forte sviluppo dell'insegnamento scientifico. In particolare un personaggio importante è **Cristoforo Clavio**, o meglio Christoph Clavius

(1538-1612), il quale diventerà il matematico del collegio romano, che in questo periodo la chiesa era impegnata nella riforma del calendario (il calendario gregoriano, dal nome di papa Gregorio XIII, che lo promulgò nel 1582). Prima del calendario Gregoriano veniva usato quello Giuliano che prevede una lunghezza dell'anno piuttosto imprecisa quindi portava a delle incongruenze sulla data della pasqua (l'equinozio di primavera si spostava sempre più indietro e la pasqua è collegata a questo) e su altri aspetti dogmatici, questa incongruenza era stata risolta da un matematico calabrese che però era morto prima del compimento del calendario, l'idea di tale matematico era di considerare bisestili solo 1 secolo su 4, quindi nel 1582 papa Gregorio XIII promulga la bolla di riforma del calendario, che però i protestanti non accettarono, e quindi c'è da difendere questa cosa, anche dai cattolici (alcuni cattolici non accettarono). Cristoforo Clavio che era stato immesso nel consiglio per promulgare il calendario diventa il matematico di santa romana chiesa, ovvero colui che difende la riforma più importante che riguarda tutta la cristianità (è collegata alla pasqua). Clavio diventa molto famoso e questo facilita il suo lavoro che è di divulgazione. Egli pubblicherà un Euclide ripreso da un testo francese con dei commenti. Ci sarà una edizione del **1572, 1582, 1603** intervallate poi da varie edizioni pirata fino a quella del **1611-1612** a Magonza, via via che fa le nuove edizioni aggiunge del materiale: si hanno dimostrazioni e commenti che rimandano alla matematica antica che è risolta e sta risorgendo in questi anni. Diventa una sorta di manuale per il discente(discepolo) che voglia approfondire la materia. Lo stesso discorso lo si può fare per il commento alla **Sfera** di **Sacrobosco** (era un matematico) noto anche come John Hollywood, era un testo di astronomia molto elementare con diversi errori. Clavio via via in questa opera va aggiungendo tutte le novità astronomiche a tal punto alla fine della sua vita lui aggiunge anche le scoperte fatte da Galileo. Nel corso del '500 l'opera dei matematici del 500 fa sì che il recupero che sta avvenendo nella matematica classica si possa diffondere a livello di insegnamento.

Riappropriazione della matematica classica divisa in tre parti:

1. Riappropriazione brutta del testo
2. Vengono fatte nuove traduzioni es **Zamberti o Memmo**
3. Accanto alle nuove traduzioni avviene anche una fase di commento, questo materiale ha bisogno di essere reinterpretato. Si ha il bisogno di avere una integrazione sul piano filologico (vedi importanza delle edizioni critiche, hai il testo cerchi i riferimenti ecc)e l'altra è una integrazione di tipo matematica: Archimede parla della parabola io

non so cosa è e da quello che dice cerco di capirlo. Si tratta di due etichette astratte, e ci sarebbe una terza: una integrazione self service (un po' come fa Tartaglia).

Integrazione sul piano filologico & integrazione di tipo matematica.

Queste due etichette possono essere attribuibili a due personaggi fondamentali che sono **Francesco Maurolico** (Messina 1494-1575) e **Federico Commandino** (Urbino 1509-1575).

Maurolico

Maurolico vive in un ambiente periferico, un po' come Archimede. Così come Siracusa non è Alessandria ma è comunque una metropoli ellenistica la stessa cosa la possiamo dire di Messina, contestualizzata al tempo di Maurolico. A Messina poco prima di Maurolico abbiamo una importantissima scuola greca. Ma allo stesso tempo Messina non è Urbino, non è una delle grandi capitali dell'umanesimo del '400 per cui Maurolico si merita l'etichetta dell'integrazione matematica e l'altro dell'integrazione sul piano filologico. Maurolico inizia i suoi studi studiando **'Euclide di Zamberti** e il **De expetendis et fugiendis rebus** di **Giorgio Valla** (1501.) egli era un umanista piacentino che viveva a Venezia dove aveva una scuola. In questa opera lui pubblica la traduzione di moltissimi testi greci che ha a disposizione, e piano piano va sviluppando un programma di enciclopedia matematica, che va continuamente a modificare perché avvengono continue novità nella biblioteca di Messina, per esempio

- a) nel **1534** egli è convinto di aver ricostruito la misura del cerchio equilibrio dei piani, SC (per Archimede) quando esce l'editio princeps a Basilea si trova di fronte Spirali conoidi e sferoidi, scopre che L'EP che aveva ricostruito sulla base di notizie di Valla è completamente diverso dall'equilibrio dei piani di Basilea.
- b) Sempre nel **1534** è arrivato a comporre tre libri di **Elementa Conicorum** ma nel **1537** esce la traduzione di **Memo**, delle coniche di Apollonio, è costretto a buttare i tre libri che aveva scritto. Questo lavoro di continuo rifacimento farà sì che nel corso della sua vita pubblica pochissimo.
- c) Lui nel **1534** ha un testo su cui ha iniziato a lavorare verso il 1520 ovvero il **"momentus libellus de momentis aequalibus"**, il concetto di momento lo riprende da Valla. E nel **1544** scopre l'EP 1 e 2 e si accorge che il suo lavoro è da una parte più vasto e più preciso di quello di Archimede, perché in Archimede non c'è una teoria dell'equilibrio o del momento (almeno esplicita) che Maurolico ha elaborato come peso per distanza, non c'è la trattazione del centro di gravità di figure solide, cosa che Maurolico ha fatto, quindi decide di

trasformare il suo libro in "**De momenti aequalibus libri quatuor**", in cui mantiene le sue cose aggiungendo tutta la trattazione Archimedeica del centro di gravità del segmento di parabola.

- d) Nel **1565** ha una idea nuova (ha quasi 70 anni) scopre il centro di gravità del paraboloido, riuscendo a capire che il centro di gravità divide l'asse come in quello del triangolo nei rapporti 1:2. Quindi aggiunge questa dimostrazione ai suoi 4 libri che ha già elaborato, lavorando continuamente in questo modo il suo lavoro difficilmente viene stampato.
- e) Maurolico ha elaborato anche testi sulle coniche, sui numeri figurati, di astronomia, un trattato di costruzioni di orologi solari.
- f) Egli in tutta la sua vita pubblicherà solo nel **1558** una sua revisione di **trattati di geometria sferica** di Teodosio e Menelao. Questo lavoro avrà una influenza piuttosto scarsa in quanto nella stampa arriverà poco o niente, anche se ha contatti con **Commandino, con i Gesuiti e con Cristoforo Clavio.**
- g) Attraverso **Clavio** alcune sue idee troveranno un minimo di diffusione, e attraverso i gesuiti i suoi trattati sugli orologi solari (astronomia) e sul trattato di aritmetica verranno pubblicati a Venezia nel **1575.**
- h) Altre opere pubblicate sono nel **1558 Volume di sferica**: Teodosio, Menelao, Maurolico stesso.
- i) E nel **1543** aveva pubblicato un suo **trattato di cosmografia** (sono dei dialoghi)
- j) rimane inedito il suo Archimede e il suo Apollonio che avrebbero avuto una vasta influenza se fossero stati pubblicati.

Federico Commandino

Egli nasce ad Urbino, sarà al servizio dei duchi d'Urbino, poi passa ai Farnese (famiglia molto potente) e successivamente tornerà ad Urbino dove fonderà una scuola matematica, vivendo nelle più importanti capitali umaniste. Questo influenzerà particolarmente il suo essere matematico.

LEZIONE 19 → 27-11-2020

Volta scorsa:

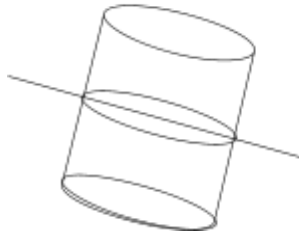
A partire dal '500 si assiste al

- 1) recupero del corpus della matematica greca
- 2) la tradizione abachista della matematica e della cultura dell'abaco (ascendenze arabe) conosce uno sviluppo notevolissimo dovuto allo studio delle equazioni di terzo e quarto grado.

Tra la metà del '400 e i primi del '500 la cultura umanistica permette il recupero del quasi intero corpus della matematica greca: sono disponibili:

1. Euclide nella traduzione di Campano e Zamberti,
2. Apollonio nella traduzione di Mammo,
3. Diofanto che viene pubblicato nel 75,
4. Archimede che esce in Basilea,
5. Commandino con varie opere esce nel '58 escono opere di Erone, Teodosio e Menelao vengono pubblicati dei rifacimenti da parte di Maurolico, viene fatta nuova traduzione di Teodosio.
6. L'unica eccezione a tutto questo è Pappo che viene pubblicato a fine secolo, tradotto da Commandino. Pappo sarà un importante punto di svolta.
7. Abbiamo sottolineato più volte anche l'importanza che ha la stampa. Questa permette un "colloquio" tra i filoni dell'abaco e delle corti umanistiche (anche se uno non è allievo di maestri d'abaco può leggersi l'Ars Magna di Cardano) e permette la creazione di comunità di matematici non più legata ad un centro, come era stato fino a prima. Un esempio molto chiaro è Francesco Maurolico che sta a Messina, che non è un importante centro umanistico quindi non ha a disposizione tantissimi libri, ma grazie alla stampa egli può studiare diverse opere che altrimenti non avrebbe potuto. Quindi Maurolico nel '28 sulla base di notizie raccolte costruisce diverse opere, tra cui Il "de momentis aequalibus..." che continuerà a svilupparlo per tutta la sua vita. Nel 65 scopre un modo per trovare il centro di gravità di un solido di rotazione. Maurolico è un esempio di approccio di integrare partendo da notizie prese "a giro" e costruendosi da zero teorie (ad esempio definisce il momento). Sempre parlando di Maurolico questa riappropriazione avviene in tre fasi:
 - 1) Materiale di accumulo dei testi
 - 2) Prima diffusione di questi testi con le traduzioni anche in latino o in greco
 - 3) Questa nuova comunità di matematici cercano di capire e di integrare tutta questa massa di notizie. Vedi i conoidi e sferoidi di Archimede, per capirli bisogna studiare Apollonio, così per la quadratura della parabola. Maurolico risolve questo problema inventandosi delle teorie.

DE SECTIONE CILINDRICA (Sereno)



Dato un cilindro magari obliquo e vogliamo dimostrare che la sezione di un cilindro è un'ellisse

Maurolico viene a contatto con quest'opera ben prima che la teoria delle coniche sia disponibile. Infatti, la prima volta che la teoria delle coniche sarà disponibile sarà nel 1537 di Memmo. Sulla base di **Sereno** e **Valla e sulla quadratura della parabola** uscita nel 1503, **Maurolico** produce **Elementa Conicorum** (perduto), da cui si capisce che aveva costruito parte della teoria apolloniana sulle coniche, una volta uscita quella di **Memmo** nel **1537** si rende conto che la sua è imperfetta e prende la traduzione di Memmo e la riscrive sulla base di Matematica.

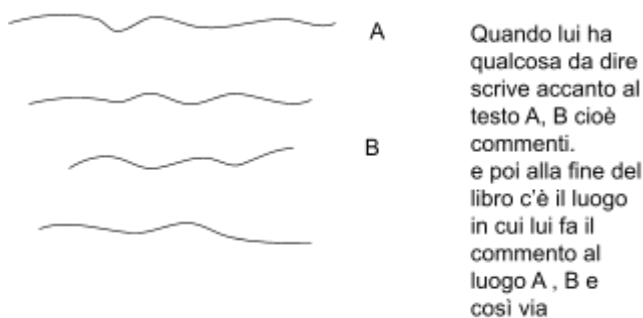
Federico Commandino (Urbino 1509-1557 Urbino)

Urbino è la capitale di un ducato che è uno dei grandi centri dell'umanesimo italiano. La ricchezza di Urbino si fonda sulla guerra. Il fondatore Federico da Montefeltro è stato educato in uno dei centri più raffinati dell'umanesimo italiano, ovvero la scuola di vittorino da Feltre che a Mantova aveva organizzato la scuola "Giocosa", per giovani meritevoli. Questa scuola è una delle più importanti tra i centri umanistici in questa scuola studia e lavora **Jacopo di San Cassiano** (vedi Archimede).

La giocosa è un posto dove la matematica è di grande stima. Federico è figlio di un architetto del duca il quale partecipa alla costruzione delle fortificazioni di Urbino. Si chiama Federico perché suo nonno è stato al servizio di Federico da Montefeltro (il primo duca), ed è una famiglia pienamente inserita nei meccanismi di potere del ducato. Infatti successivamente entra al servizio di Guidobaldo II e con lui può viaggiare molto e frequentare importanti centri culturali oltre Urbino. Dopo Guidobaldo, Federico passa alla famiglia Farnese, dove all'epoca papa Paolo III aveva due nipoti cardinali Alessandro e Ranuccio, in particolare Federico passerà al servizio di Ranuccio. Abbiamo a che fare con un personaggio la cui biografia è completamente diversa da quella di Maurolico.

Mentre Commandino è al servizio di Ranuccio, conosce il cardinale Marcello Cervini che era bibliotecario della biblioteca vaticana e tale cardinale è in possesso della traduzione di **Guglielmo di Moerbeke**, arrivata a lui intorno al **1550**, che contiene la traduzione dei galleggianti (nel codice B, andato perduto dopo il 1311) e in questi ambienti colti e raffinati ci si pone il problema

di capire qualcosa dal testo dei galleggianti. Nel 1543 Tartaglia pubblica il suo Archimede, egli pubblica solo il primo libro perché si rese conto che il secondo libro era in condizioni pietose, non si poteva pubblicare. Quindi Cervini chiede a Commandino se lui è in grado di riportare all'antico splendore il suo testo. Di fronte a questo compito, Commandino si mette a studiare più matematica greca possibile, per fare questo va a Venezia dove chiede in prestito un Archimede e un Apollonio, vuole andare affondo su questi Galleggianti. Nel 1558 dopo numerosi studi, pubblica gli "Archimedis opera non nulla" ci sono tutte le opere che non hanno il commento di Eutocio ovvero Conoidi e sferoidi, spirali, quadratura della parabola e misura del cerchio, tutto questo con commento:



Questa è un'opera concepita in maniera unica, ad esempio nella misura del cerchio (anche se la prima parte è difettosa, che si capisce se si sa la 12.2 di Euclide), nella terza parte dove parla del π o meglio parla del rapporto tra circonferenza e diametro e cioè : $3 \frac{10}{71} < c : d < 3 \frac{1}{7}$. Questo testo in tutta la tradizione greca è pieno di errori perché Archimede per determinare questa cosa calcola il perimetro prima di un

1. esagono (un esagono ha il perimetro $p=6.r$ (raggio) e il diametro $d=2.r \rightarrow$

$$\frac{p}{d} = \frac{6r}{2r} = 3)$$

2. dodecagono
3. ventiquattragono
4. e così via raddoppia ogni volta fino ad arrivare a 96

Per fare il calcolo del perimetro deve fare calcoli numerici molto complicati e noi sappiamo che i Greci avevano un sistema numerico basato sulle lettere dell'alfabeto. Poi con sistemi di apici si possono avere le migliaia fino ad arrivare a 10^8 . Questo sistema ha il difetto che i numeri si confondono con le lettere e quindi ci sono tanti errori di copiatura. Ora la revisione che Commandino fa è il primo testo pubblicato che non contenga neanche un numero sbagliato. è la restituzione del testo greco senza errori. Questa è la

filologia cioè integrare tutta la roba greca che ci è arrivata ricomponendola con gli strumenti adatti.

La differenza con Maurolico è evidente. Ad esempio nella misura del cerchio Maurolico da 3 proposizioni ne fa 12 allargando tutta la descrizione del testo e aggiungendo altre cose. Oppure anche Regiomontano nelle sue opere giovanili era giunto a trovare la dimostrazione corretta di questo risultato ma quando ha a che fare con la tradizione di Cassano vedendo tutte quelle incongruenze lascia perdere il testo.

Quindi la **misura del cerchio** Commandino la pubblica usando numeri arabi-indiani e rimuovendo l'ambiguità tra lettere e numeri data dal sistema numerico greco. Sulla stessa scia di questo nel **1566** pubblica **le Coniche di Apollonio insieme a Sereno, commento di Eutocio e i lemmi di Pappo nel 7° libro della Collezione.**

Al di là di questo, l'opera di Commandino è molto importante perché rende disponibili commentati il corpus della matematica antica, oltre a questo Commandino pubblicherà una sua **traduzione di Euclide** (1572) tradotta poi in Italiano (1574) pubblicherà il **De Analemma di Tolomeo** un testo sulla proiezione stereografica della sfera, preparerà **una edizione sulla collezione di Pappo** anche se morirà prima di poterla pubblicare verrà pubblicata nel 1589. Pubblicherà anche sue opere originali, tra cui un **trattato di prospettiva** che avrà una notevole influenza su **Guidubaldo dal Monte** (suo allievo e grande esponente della scuola di Urbino), e poi **pneumatica di Erone** (Le macchine a vapore dell'antichità)

Quando Ranuccio muore nel 66, Federico torna a Urbino e diventa precettore dell'erede al trono del ducato Francesco Maria II per il quale traduce Euclide, grazie all'appoggio del duca impianterà una tipografia a casa sua e dalla tipografia stessa uscirà Euclide, poi muore nel 75. Ma intorno a Commandino si forma una vera e propria scuola di cui si ricorda un suo allievo **Guidubaldo dal Monte** importante sul campo della meccanica e sul campo della prospettiva. Ci sarà poi una terza generazione della scuola di Urbino (alcuni esponenti sono Baldi e Oddi).

Commandino pubblica anche un **trattato sugli orologi solari**. Sono importanti in quanto cominciano ad andare di moda gli orologi meccanici che devono essere regolati, perché perdono molto (5 minuti al giorno) e qui intervengono gli orologi solari.

Inoltre cosa importante è che si interessa a opere della tradizione abachista, ha intenzione di pubblicare un'**edizione commentata della practica geometriae di Leonardo Pisano.**

Studia anche algebra, **problemi relativi al X libro di Euclide** (grandezze incommensurabili).

Il contributo più importante è in due opere che ha pubblicato nel **1565**: una i **Galleggianti** da lui rivisti, prende il testo di Guglielmo e lo integra in quanto c'erano molte incongruenze. Il secondo libro era molto disordinato, in tale libro, nella proposizione 2: il centro di gravità di un paraboloide divide l'asse nel rapporto 1:2, Commandino si rende conto che questa proposizione non è dimostrata, va dimostrata. Quindi accanto ai Galleggianti di Guglielmo pubblica "**liber de centro gravitatis solidorum**", in cui nella lettera di dedica a Ranuccio o Alessandro, dice che non è possibile immaginarsi che Archimede abbia detto qualcosa senza dimostrarlo. Bisogna conoscere qualcosa sul centro di gravità dei solidi, da qui si viene a creare una nuova teoria che gli antichi avevano ma noi non abbiamo, questo è il primo esempio in cui il ritrovamento di opere antiche porta allo sviluppo di qualcosa di nuovo.

Materiali da cui Commandino può partire sono EP I proposizione 13, EP II proposizione 4

Nella proposizione 13:

Archimede dimostra che dato un triangolo il suo centro di gravità sta sulla mediana.

Lui approssima il triangolo con dei parallelogrammi. Nelle proposizioni precedenti ha dimostrato che il centro di gravità del parallelogramma sta sulla mediana (la mediana è una retta che congiunge i punti di mezzo di due lati opposti.) Quindi il punto di mezzo A di questa figura sta sulla mediana.



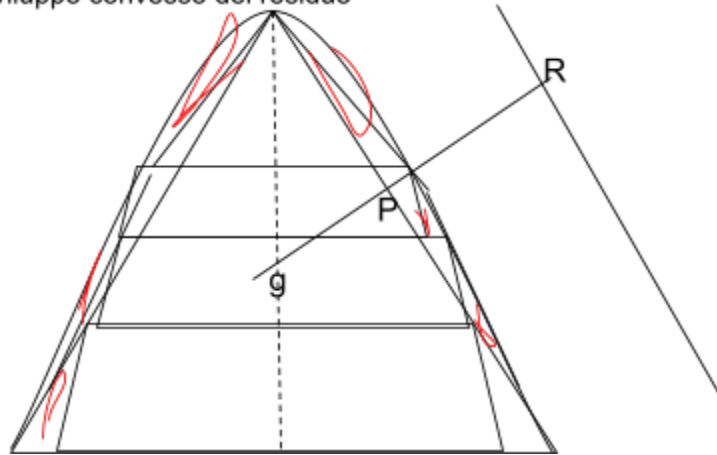
Supponiamo per assurdo che il centro di gravità del triangolo non stia sulla mediana ma fuori nel punto T. Nella proposizione 8 lui ha dimostrato che se tu conosci il centro di gravità del tutto e il centro di gravità di una parte allora il centro di gravità dell'altra parte sta sulla congiungente il centro di gravità del tutto e il centro di gravità della parte opposta rispetto al centro di gravità del tutto. Quindi il centro di gravità del residuo R (in rosa) apparterrà alla retta at (in verde) in modo tale che $at:tr = R$: approssimante (figura fatta di parallelogrammi).

Via via approssimando il residuo tende a zero e l'approssimante tende al triangolo. Quindi il rapporto R/A approssimante tende a zero. Ma t è fisso e a si muove sulla retta quindi at è una quantità limitata non può andare a infinito →

at tende a 0 e tr tende a infinito. Quindi approssimando sufficientemente il nostro punto R cadrà fuori dal triangolo.

Un ragionamento analogo lo fa nel 2° libro prop 4

considera come approssimanti quel poligono fatto così: da un triangolo in cima e da tanti trapezi. Nel 1° libro ha dimostrato che il centro di gravità del triangolo sta sulla mediana e il centro di gravità del trapezio pure e quindi ripetendo il ragionamento visto se uno vuole dimostrare che il centro di gravità del segmento della parabola sta sull'asse basterà fare lo stesso ragionamento. Considero il Residuo, considero il centro di gravità della parabola P e il centro di gravità dell'approssimante che sta sull'asse (g). Allora il centro di gravità del residuo cascherà fuori cioè non cascherà nell'involuppo convesso del residuo



Cioè alla fine andrà a dimostrare che R lo posso mandare in un semipiano che sta oltre a una parallela alla mediana

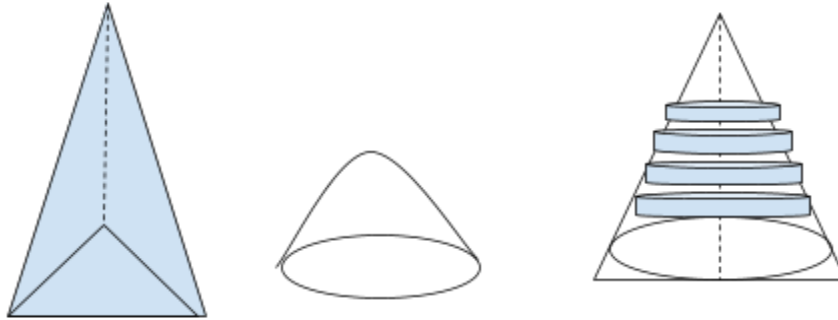
Commandino parte da queste due proposizioni.

Come si può applicare questo tipo di idea in un solido?

Per applicarla a un solido ho bisogno di approssimare un solido:

Se ho una piramide a base triangolare l'approssimerò con dei prismi triangolari, poi dimostrare che il centro di gravità di un prisma sta a metà della congiungente delle facce, poi se ho due solidi il centro di gravità sta sulla congiungente dei centri di gravità. Potremo dopo fare il ragionamento che lui fa per il triangolo.

se ho un cono anziché i prismi prenderò i cilindri



se ho ellissoide o paraboloidi ho bisogno di un teorema di approssimazione che mi viene dato dalla prop 19 di conoidi e sferoidi in cui dimostra che si possono inscrivere e circoscrivere a un conoide o a un ellissoide il cui segmento non sia maggiore della metà dell'ellissoide figure fatte di cilindri in modo tale che
 $C(\text{circoscritta}) - I(\text{inscritta}) < E(\text{grandezza piccola a piacere})$

Commandino usa questo lemma per l'inserimento di Sfera o per l'emisfero si accorge che la stessa dimostrazione può valere per tutte le altre figure. Qui c'è un punto importante che rappresenta il primo distacco che una certa dimostrazione si applica a tutta una serie di figure. Con Luca Valerio(40 anni dopo) abbiamo un salto definitivo da questo approccio classico.