

Lezione 07, 16/10/20

sabato 20 febbraio 2021 16:04

$C2 \cdot P2 < C2 \cdot S \rightarrow P2 > S$. $q(d1):q(d2)=C1:S=P1:P2$ dove $P1$ è un poligono regolare dello stesso numero di lati di $P2 \rightarrow P1:C1=P2:S \rightarrow P1 < C1 \rightarrow P2 < S$ ma ciò è assurdo.
 Se $S > C2$. Per dimostrare che il cerchio è approssimato da dentro Euclide ha utilizzato un teorema (del primo teorema del 10 libro) in cui si dice che date due grandezze disuguali e dalla più grande viene sottratta una grandezza più grande della metà e da quella una grandezza più grande della metà e così via allora si arriverà ad un resto che sarà più piccolo dell'altra grandezza data (probabilmente spurio questo riferimento). Nel caso dei poligoni si fa facilmente ma non nel caso del poligono circoscritto: Archimede lo farà ma non è ovvio. Si ricorre quindi a un trucco: supponiamo che $q(d1):q(d2)=C1:S$ con $S > C2$. Si fa un invertendo. $q(d2):q(d1)=S:C1 \rightarrow q(d2):q(d2)=C2:T$ con T =quarto proporzionale $\rightarrow S:C1=C2:T \rightarrow S:C2=C1:T$ con $T < C1$, $S > C2$ e $C1 > T$. Quindi $q(d2):q(d1)=C2:T \rightarrow$ ottengo un assurdo perchè mi sono ricondotto al caso precedente. La tecnica di doppio assurdo è tipico per le geometria di misura con le figure curvilinee.

Sulla proporzionalità abbiamo quindi sue linee dimostrative:

- nel quinto libro, i multipli e alcune tecniche come invertendo, permutando, e nel sesto, in cui le proprietà vengono applicate a parallelogrammi, linee;
- nel dodicesimo, in cui si usa il quarto proporzionale dimostrando che esso non può essere né maggiore né minore della quarta grandezza che avevo inizialmente (doppia riduzione all'assurdo), che presuppone una teoria delle proporzioni parallela a quella del quinto libro.

Questo fa vedere quanto la matematica greca sia diversa dall'idea che abbiamo di rigore dimostrativo perfetto ma un insieme di cose che coesistono come le teorie diverse delle proporzioni. Del concetto di composizione di proporzioni non è neanche data la definizione.

16.10.2020

Il rapporto composto è l'equivalente per noi del prodotto di rapporti, ma poiché il rapporto non è né una grandezza né un numero, non ha molto senso. Abbiamo visto però che i rapporti servono a collegare anche concetti di aree e linee (quindi più dimensioni). Abbiamo concluso dicendo che gli Elementi, entrati nella storia e nell'immaginario matematico come esempio di rigore, nascondono in realtà cose che non vanno da nessuna parte, labirinti da cui è difficile uscire, concetti non ben spiegati, il concetto di rapporto composto non è mai definito e l'esempio della teoria delle proporzioni che nel caso di geometria di misura viene lasciata da parte per usare tecniche di dimostrazioni diverse.

Archimede-Difensore della Patria,Costruttore di Macchine Meravigliose e Genio Distratto

Storia: Di Archimede sappiamo molte cose, nonostante non sia possibile costruire una biografia. Sappiamo che muore nel 212 a.C. durante l'assedio di Siracusa: un erudito bizantino Zetetes, che aveva fonti che oggi non abbiamo a causa delle crociate, scrivendo in versi, dice che Archimede era morto a 75 anni, quindi probabilmente era nato nel 287 a.C. Visse a Siracusa, sicuramente con legami stretti con la famiglia reale di Siracusa, cioè la famiglia di Gironè, capo dell'esercito, che era riuscito a dominare una rivolta di mercenari e farsi nominare re. Egli regnò a lungo, anche durante le guerre puniche. La prima guerra punica scoppia proprio a causa sua: alcuni mercenari dei romani avevano occupato Messina, i cartaginesi vengono in aiuto e inizia la guerra punica. Durante la guerra di Cannes, Gironè muore e gli succede il nipote Girolamo, 14enne, che venne affidato a un consiglio di tutela degli zii filocartaginesi, che ambirono i patti di alleanza con un colpo di stato e di conseguenza i romani assediaron Siracusa. Nel frattempo Girolamo viene assassinato e Siracusa è in mano alla fazione cartaginesi. Siracusa era una metropoli: Cicerone la descrive 80 anni dopo come la più bella città di quelle greche. Siracusa aveva difese formidabili, rafforzate da Archimede stesso. Po Libio, Tito Livio, Plutarco e altri ancora raccontano le vicende avvenute, anche se molto dopo. Po Libio descrive Archimede come organizzatore della difesa, che con macchine stupefacenti come catapulte. Grazie a queste invenzioni, Siracusa regge due anni a questo assedio. I mercenari iberici poi tradiscono la città. Tito Livio ci tramanda la leggenda che Marcello avesse ordinato di salvare Archimede: un legionario fu mandato da Archimede per seguirlo da Marcello, ma Archimede che stava studiando gli rispose di non disturbare i suoi cerchi, il legionario arrabbiato, lo uccise. Uno storico dell'antichità Lorenzo Braccesi ha messo in discussione questa leggenda:

1. È improbabile che Marcello, romano, volesse portare a Roma un filocartaginese, per quanto sapiente;
2. Livio tramanda per la prima volta questa leggenda all'epoca gli imperatori romani (famiglia Giulio-Claudia): Augusto vuole nominare un Claudio Marcello e vuole presentare la figura di Marcello come uno che si mette a piangere sulla testa di Archimede è una posizione del casato.

Piuttosto, Marcello avrebbe fatto uccidere Archimede.

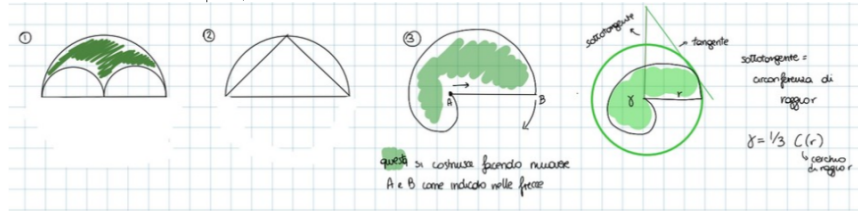
Forse era figlio di un astronomo, forse imparentato con Gironè, strettamente legato alla famiglia reale (al figlio di Gironè dedica un'opera), forse aveva viaggiato nell'Egitto dei Tolomei, sappiamo che era in stretto contatto con dei matematici di Alessandria e alcune fonti lo collocano in Egitto. La sua abilità come costruttore, tecnologo, inventore di strumenti (tra cui un planetario, citato anche da Cicerone) era ben nota. L'Archimede inventore di macchine e meccanismi si colloca su uno sfondo della tecnologia ellenistica, notevolmente sviluppata ad Alessandria uno dei tipici problemi meccanici-matematici è quello di costruire

una grandezza con un rapporto dato dato un'altra grandezza, che equivale a risolvere un problema di terzo grado- scala per costruire una macchina da un modello). Altre notizie provengono dalle sue opere, anticipate da lettere ad altri matematici, tipicamente Dositteo, Conone e Eratostene. Abbiamo una lettera a Gelone (figlio di Gironè) in cui viene menzionata Fidia, che secondo un filologo del 500, sarebbe stato il padre. Archimede, già nell'antichità, si trasforma in una figura mitica: un mito operativo, una figura che costituisce un modello inarrivato a cui si tenta di arrivare.

Così diventa emblema anche del rapporto tra scienza e potere: le sue macchine le mette in pratica per difendere la città, le storie e gli intrecci con Marcello, la morte stessa. Diventa genio distratto, il genio nel

mondo matematico che non si accorge della realtà intorno a lui (Siracusa che cade mentre lui studia). Plutarco lo descrive con insistenza in questo modo, con storie, aneddoti e leggende (Girone, aveva fatto costruire una nave enorme, che al suo interno aveva stalle, pinacoteca, molto catapulte, ma nessuno riusciva a vararla. Archimede costruì un meccanismo per vararla: **datemi un punto d'appoggio e muoverò la terra**). Una delle sue più famose frasi. Un altro aneddoto è relativo alla corona: dopo che la corona era stata dedicata al dio corrispondente, viene detto a Giron che parte dell'oro era stata rubata dall'orefice e sostituita con l'argento, ma poiché era stata dedicata non poteva essere rotta. Archimede a quel punto va alle terme e si accorge che immergendosi nudo nella vasca, l'acqua esce. Ancora nudo, corre per strada urlando Eureka, va a casa, prende un vado colmo d'acqua, ci mette la corona, misurato la quantità d'acqua che ne esce, messo un peso eguale di oro, misurata l'acqua che ne esce e la stessa cosa con l'argento, confrontando poi i volumi d'acqua ha intuito quanto l'orefice avesse rubato; questo aneddoto è raccontato nel De Architectura da Vitruvio, senza accennare ai calcoli precisi). I fatti e i vari aneddoti che si sono verificati hanno fatto di Archimede una figura mitica, il sapiente che usa la matematica per cambiare il mondo, influire sul potere ed essere influenzato.

Opera Delle sue opere non si trova traccia di cose di questo tipo: la storia descritta di Vitruvio non è raccontata quando Archimede enuncia il suo principio. I suoi scritti rimangono chiusi, non si aprono a dirette applicazioni. Non ci sono scritti sulla costruzione di catapulte. Comunque in tarda età gli viene attribuita la leggenda degli specchi ustori, con cui sembra aver bruciato delle navi romane, ma anche questa è solo una leggenda sia per motivi matematici sia per motivi dinamici della nave. C'è una discrasia tra opera matematica, rigorosa, difficile, in forma di presentazione e l'applicazione concreta. Già quando era vivo, nonostante la fama universale, la sua opera non era apprezzata: non viene compresa dai matematici Alessandrini. Col tempo ciò va peggiorando: ai tempi di Erone alcune cose non erano già più note. Erone non cita i Galleggianti dove potrebbe, o cita solo alcuni risultati e non completamente. Nel sesto secolo Eutoto non conosce le spirali, e altro teorizzato da Archimede.



- Cosa ci è pervenuto (quelle con lettera e quindi data)
- Quadratura delle Parabole: si dimostra che la parabola è $\frac{4}{3}$ del triangolo in una semicirconferenza (un metodo con una bilancia ideale, l'altro con una dimostrazione geometria ispirata alle 12.2 di Euclide).
- Prima Parte Sfera e Cilindro: si dimostra che la sfera è $\frac{2}{3}$ del cilindro di stessa base e altezza e la superficie sferica è uguale a 4 cerchi massimi, poi teoremi su segmenti sferici.
- Seconda Parte Sfera e Cilindro: problemi come dividere sfera in segmenti in modo che superfici abbiano rapporto dato e simili, quindi problemi su segmenti sferici. (studio del triangolo fig.2). Opere prima e seconda parte che parlando di problemi diversi, con approcci completamente diversi. Siamo sicuri sia stata rimaneggiata: il greco aveva molti dialetti, e in epoca ellenistica si va affermando la coinè, una lingua greca ufficiale, comune. Tutte le altre opere di Archimede sono scritte in dorico mentre questa in coinè. Inoltre alcune considerazioni su sfera e cilindro ci fanno pensare a una corruzione del testo in epoca tardo - antica, quando si viene a costituire un corpus archimedeo con le opere Sfera e Cilindro, Misura del Cerchio, Equilibrio dei Piani e Galleggianti.
- Spirali: vedi fig.3.
- Conoidi e Sferoidi: tratta del paraboloido (dimostra che il paraboloido è metà del cilindro circoscritto, o $\frac{3}{2}$ del cono iscritto) dell'iperboloido e dell'elissoide di rotazione (dimostra che l'elissoide è $\frac{2}{3}$ del cilindro circoscritto)
- Queste sono indirizzate a Dositteo, allievo di Conone di Samo
- Metodo Meccanico indirizzato ad Eratostene e presenta l'approccio con cui Archimede riesce a determinare i risultati in modo euristico. Lo scopo dell'opera è inviare ad Eratostene due dimostrazioni relative al rapporto tra la doppia volta a crociera(cioè con cilindri interi) e il cubo che la contiene. Vorrebbe dimostrare che la doppia volta è $\frac{2}{3}$ del cubo. Dopo aver utilizzato un approccio particolare per il caso, vuole vedere come ha utilizzato lo stesso approccio per altri risultati.(fig.4)

Fluo Lezione
(N.26) Lezione