

COMPITO DI ALGEBRA 1

21 gennaio 2013

Esercizio 1. Contare le soluzioni $\sigma \in S_{10}$ dell'equazione $\sigma^4 = (1, 2, 3)(4, 5, 6)$.

così così

Esercizio 2. Classificare, a meno di isomorfismo, i gruppi di ordine 2013.

ok

Esercizio 3. Sia A il sottoanello di $\mathbb{Q}(x)$ definito da

$$A = \left\{ \frac{f(x)}{g(x)} \mid f(x), g(x) \in \mathbb{Q}[x], g(0)g(-1) \neq 0 \right\}.$$

- Determinare gli elementi invertibili di A .
- Dimostrare che A è un dominio a ideali principali.
- Determinare gli ideali primi di A .

Esercizio 4. Sia $\zeta_{15} \in \mathbb{C}$ una radice 15-esima primitiva dell'unità. Contare le sottoestensioni K di grado 2 su \mathbb{Q} di $\mathbb{Q}(\zeta_{15})$ e descrivere ognuna di esse come $K = \mathbb{Q}(\sqrt{m})$ con $m \in \mathbb{Z}$ libero da quadrati.