

COMPITO DI ALGEBRA 1

13 settembre 2013

1. a) Calcolare il centralizzatore in S_6 e in A_6 della permutazione $\sigma = (1, 2, 3)(4, 5, 6)$.
b) Determinare le classi di coniugio di A_5 .

2. Dimostrare che un gruppo di ordine p^4 ha sempre un sottogruppo abeliano di ordine p^3 .

3. Siano A e R anelli commutativi con identità con $A \subseteq R$. Il conduttore C di A in R è definito da $C := \{\alpha \in R \mid \alpha R \subseteq A\}$.
a) Dimostrare che C è un ideale sia di R che di A .
b) Dimostrare che C è il più grande ideale di A che sia anche ideale di R .
c) Determinare il conduttore di A in R per $A = \mathbb{Z}[\sqrt{-3}]$ e $R = \mathbb{Z}[\zeta_3]$ dove $\zeta_3 = (-1 - \sqrt{-3})/2$.

4. Sia ζ_{11} una radice 11-esima primitiva dell'unità e sia $K = \mathbb{Q}(\zeta_{11}, \sqrt{11})$. Determinare il gruppo di Galois e il reticolo delle sottoestensioni dell'estensione K/\mathbb{Q} .