FORMULARIO DI ELETTROSTATICA ED ELETTRODINAMICA

In questo formulario presentiamo tutte le **formule di Elettrostatica ed Elettrodinamica** che si possono affrontare sia alle scuole superiori che all'università.

Alcune delle formule elencate vengono proposte in forma differenziale o in forma integrale per venire incontro alle necessità degli studenti universitari. Per chi frequenta le superiori e non conosce il calcolo integrale e il calcolo differenziale, nessun problema: quando possibile, al fianco delle formule incriminate, sono presenti le stesse in una forma comprensibile per gli studenti delle superiori.

Formule di Elettrostatica ed Elettrodinamica

Attenzione: non tutti gli argomenti, le definizioni e le applicazioni di Elettrostatica ed Elettrodinamica possono essere riassunti in una formula! Vi consigliamo di usare il formulario con cautela, non prima di aver acquisito le necessarie basi teoriche. Cliccando sui vari link potete accedere alle lezioni relative a ciascun argomento.

Massa dell'elettrone

$$m_e = 9,109\ 383\ 7015(28) \cdot 10^{-31}\ \text{kg}$$

Massa del protone

$$m_p = 1,672\ 621\ 923\ 69(51) \cdot 10^{-27}\ \text{kg}$$

Massa del neutrone

$$m_n = 1,674\ 927\ 498\ 04(95) \cdot 10^{-27}\ \text{kg}$$

Ordine di grandezza del raggio di un atomo (e definizione di angstrom)

$$r_{atomo} \simeq 10^{-10}\ \text{m} = 0,1\ \text{nm} =: 1\ \text{Å}$$

Ordine di grandezza del nucleo di un atomo

$$r_{nucleo} \simeq 10^{-15}\ \text{m} = 0,1\ \text{fm} = 10^{-5}\ \text{Å}$$

Carica elementare

$$e = 1,602\ 176\ 634 \times 10^{-19}\ \text{C}$$

Carica dell'elettrone

$$e^- = -1,602\ 176\ 634 \cdot 10^{-19}\ \text{C}$$

Carica del protone

$$e^+ = +1,602\ 176\ 634 \cdot 10^{-19}\ \text{C}$$

Definizione di coulomb

$$1\ \text{C} = 6,241\ 509\ 074... \cdot 10^{18}\ e$$

Conduttore elettrico: gli elettroni di conduzione sono liberi di muoversi all'interno del materiale.

Isolante elettrico: gli elettroni di conduzione sono vincolati ai rispettivi atomi di appartenenza.

Principio di conservazione della carica elettrica

$$Q_f = Q_i \quad (\text{sistema isolato})$$

Modulo della forza di Coulomb tra due cariche Q_1, Q_2 nel vuoto a una distanza r (versione con costante di Coulomb k_0)

$$F = k_0 \frac{|Q_1| \cdot |Q_2|}{r^2}$$

$$F_N = -\frac{G_N\, m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

Costante di Coulomb nel vuoto

$$k_0 = 8,987\ 551\ 787\ 368\ 176 \cdot 10^9\ \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$$

$$G_N = 6,67 \cdot 10^{-11}\ \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{Kg}^2}$$

forza gravitazionale

$$k_0 \simeq 8,99 \cdot 10^9 \ \frac{\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2}{\mathrm{C}^2}$$

Legge di Coulomb in forma vettoriale: forza esercitata su Q_2 da Q_1 nel vuoto con P_2, P_1 vettori posizione delle due cariche nel SdR scelto

$$\vec{F}_{21} = k_0 Q_1 Q_2 \frac{P_2 - P_1}{||P_2 - P_1||^3}$$

Legge di Coulomb in forma vettoriale, variante: forza esercitata su Q_2 da Q_1 nel vuoto con $\vec{r}$ vettore congiungente Q_1, Q_2 e diretto verso Q_2

$$\vec{F}_{21} = k_0 \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$$

Relazione tra costante di Coulomb nel vuoto e costante dielettrica del vuoto

$$k_0 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

Costante dielettrica del vuoto

$$\varepsilon_0 = 8,854\ 187\ 817\ 6 \cdot 10^{-12} \ \frac{\mathrm{C}^2}{\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2}$$

$$\varepsilon_0 \simeq 8,85 \cdot 10^{-12} \ \frac{\mathrm{C}^2}{\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2}$$

Modulo della forza di Coulomb tra due cariche Q_1, Q_2 nel vuoto a una distanza r (versione con costante dielettrica del vuoto ε_0)

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{|Q_1| \cdot |Q_2|}{r^2}$$

Costante dielettrica relativa del mezzo

$$\varepsilon_{r,m} = \frac{F_0}{F_m}$$

$$F_0 > F_m \quad \Rightarrow \quad \varepsilon_{r,m} > 1$$

Legge di Coulomb nella materia (versione con costante dielettrica relativa)

$$F_m = \frac{F_0}{\varepsilon_{r,m}}$$

Costante dielettrica assoluta del mezzo

$$\varepsilon_m = \varepsilon_0 \varepsilon_{r,m}$$

Legge di Coulomb nella materia: modulo della forza di Coulomb tra due cariche Q_1, Q_2 nel mezzo a una distanza r

$$F_m = \frac{1}{4\pi\varepsilon_m} \frac{|Q_1| \cdot |Q_2|}{r^2}$$

Principio di sovrapposizione delle cariche elettriche (delle forze elettriche)

$$\vec{F}_{ris,1} = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \vec{F}_{14} + \ldots + \vec{F}_{1n}$$

Definizione generale di campo elettrico generato da una carica Q qualsiasi (q carica di prova, $\vec{F}$ forza di Coulomb esercitata da Q su q)

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \quad \rightarrow \quad \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}$$

Campo elettrico generato da una carica Q puntiforme nel vuoto in un punto P (con $\vec{r}$ vettore posizione di P rispetto a Q)

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$$

Campo elettrico generato da una carica Q puntiforme nel mezzo in un punto P (con $\vec{r}$ vettore posizione di P rispetto a Q)

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_m} \frac{Q}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$$

Principio di sovrapposizione dei campi elettrici

$$\vec{E}_{ris} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + ... + \vec{E}_n$$

Flusso di un campo elettrico uniforme $\vec{E}$ attraverso una superficie piana S (S area della superficie piana, $\vec{S}$ vettore superficie, α angolo compreso tra $\vec{E}$ e $\vec{S}$)

$$\Phi_S(\vec{E}) = \vec{E} \cdot \vec{S} \quad \to \quad \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}}$$

$$\Phi_S(\vec{E}) = ES\cos(\alpha)$$

E sfera carica

fuori $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{|Q|}{r^2}$

dentro → sfera conduttrice $E=0$

sfera isolante $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{rQ}{R^3}$

r = dist. dal centro

R = raggio sfera

Teorema di Gauss per il campo elettrico (S superficie chiusa)

$$\Phi_S(\vec{E}) = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_m}$$

Modulo del campo elettrico di una sfera cava uniformemente carica a una distanza r dal centro (σ densità superficiale di carica, R raggio della sfera cava, S area della sfera)

$$\sigma = \frac{Q}{S} = \text{costante} \quad \to \quad E(r) = \begin{cases} 0 & \text{se } r < R \\ \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_m}\dfrac{|Q|}{r^2} & \text{se } r \geq R \end{cases}$$

Modulo del campo elettrico di una sfera piena uniformemente carica a una distanza r dal centro (ρ densità volumica di carica, R raggio della sfera piena, V volume della sfera)

$$\rho = \frac{Q}{V} = \text{costante} \quad \to \quad E(r) = \begin{cases} \dfrac{|\rho| r}{3\varepsilon_m} & \text{se } r < R \\ \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_m}\dfrac{|Q|}{r^2} & \text{se } r \geq R \end{cases}$$

E di un cilindro raggio R lungh ∞

$E = \frac{\rho r}{2\varepsilon_0}$ $r < R$ dentro

$E = \frac{R^2 \rho}{2r\varepsilon_0}$ $r > R$ fuori

Modulo del campo elettrico di una distribuzione lineare uniformemente carica di lunghezza $2l$ a una distanza y dal punto medio (λ densità lineare di carica)

$$\lambda = \frac{Q}{2l} = \text{costante} \quad \to \quad E(y) = \frac{|\lambda|}{2\pi\varepsilon_m y}\frac{l}{\sqrt{l^2+y^2}}$$

(Formula valida in buona approssimazione anche per distribuzioni superficiali o volumiche uniformemente cariche in cui una dimensione è molto maggiore delle altre)

Modulo del campo elettrico di una distribuzione lineare uniformemente carica di lunghezza infinita a una distanza y

$$E(y) = \frac{|\lambda|}{2\pi\varepsilon_m y}$$

tipo filo rettilineo ∞ unif.

(Formula valida in buona approssimazione anche per distribuzioni lineari uniformemente cariche con lunghezza molto maggiore della distanza)

Modulo del campo elettrico di un anello uniformemente carico di raggio R e lunghezza l a una distanza x sull'asse di simmetria (λ densità lineare di carica)

$$\lambda = \frac{Q}{l} = \text{costante} \quad \to \quad E(x) = \frac{|\lambda| R}{2\varepsilon_m}\frac{x}{(x^2+R^2)^{\frac{3}{2}}}$$

Modulo del campo elettrico di un anello uniformemente carico di raggio R e lunghezza l a una distanza $x >> R$ sull'asse di simmetria (λ densità lineare di carica)

$$\lambda = \frac{Q}{l} = \text{costante} \quad \to \quad E(x) \simeq \frac{|Q|}{4\pi\varepsilon_m x^2}$$

Modulo del campo elettrico di un disco uniformemente carico di raggio R e area S a una distanza x sull'asse di simmetria (σ densità superficiale di carica costante)

$$\sigma = \frac{Q}{S} = \text{costante} \quad \to \quad E(x) = \frac{|\sigma|}{2\varepsilon_m}\left(1 - \frac{x}{\sqrt{x^2+R^2}}\right)$$

Modulo del campo elettrico di un disco uniformemente carico di raggio R e area S a una distanza $x << R$ sull'asse di simmetria (σ densità superficiale di carica)

$$\sigma = \frac{Q}{S} = \text{costante} \quad \rightarrow \quad E = \frac{|\sigma|}{2\varepsilon_m}$$

Modulo del campo elettrico di un piano infinito di carica in qualsiasi punto dello spazio (σ densità superficiale di carica)

$$E = \frac{|\sigma|}{2\varepsilon_m}$$

(Formula valida anche per distribuzioni piane uniformemente cariche in cui la distanza del punto è molto minore delle dimensioni della distribuzione)

Formula generale del lavoro della forza elettrica ($\vec{E}$ campo elettrico generato da una carica qualsiasi Q ferma, q carica puntiforme che si muove tra i punti A, B)

$$L = q\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{s}$$

$$Q \text{ ferma} \quad \Rightarrow \quad \vec{F}, \vec{E} \text{ conservativi}$$

Lavoro della forza elettrica ($\vec{E}$ campo elettrico generato da una carica puntiforme Q ferma, q carica puntiforme che si muove tra i punti A, B alle rispettive distanze r_A, r_B da Q)

$$L = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_m}\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right)$$

Variazione di energia potenziale elettrica con carica generatrice Q di tipo qualsiasi e ferma, carica q puntiforme e soggetta a spostamento tra due punti A, B

$$\Delta U = U_B - U_A = -L_{AB}$$

Variazione di energia potenziale elettrica con carica generatrice Q puntiforme e ferma, carica q puntiforme e soggetta a spostamento tra due punti A, B

$$\Delta U = U_B - U_A = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_m}\left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right)$$

Energia potenziale elettrica di un sistema di due cariche ferme e poste a una distanza r, con carica generatrice Q qualsiasi, carica q puntiforme

$$\Delta U = U_r - U_\infty$$

$$U = \frac{1}{2}\int dV \rho \varphi = \int dV u = \int dV \underbrace{\frac{\varepsilon_0}{2}E^2}_{u}$$

Energia potenziale elettrica di un sistema di due cariche puntiformi e ferme poste a una distanza r

$$U = \frac{1}{2}\int dq \varphi$$

$$U_r = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_m}\cdot\frac{1}{r}$$

$$\text{pressione} = P_z = \frac{dF_z}{dS} = \int E \rho \, dz = \sigma\frac{E_{z2} + E_{z1}}{2} = \sigma E_{z_{ext}}$$

Definizione generale di differenza di potenziale tra due punti A, B generata da una carica Q di tipo qualsiasi e ferma (q carica di prova che si sposta tra i punti A, B)

$$\Delta V = V_B - V_A = \frac{\Delta U}{q} = \frac{U_B - U_A}{q} \quad \rightarrow \quad \text{V}$$

$$1 \text{ V} = 1 \ \frac{\text{J}}{\text{C}} = 1 \ \frac{\text{N}\cdot\text{m}}{\text{C}}$$

Differenza di potenziale tra due punti A, B generata da una carica Q di tipo qualsiasi e ferma, in termini del campo elettrico $\vec{E}$

$$\Delta V = V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{s}$$

Differenza di potenziale tra due punti A, B generata da una carica Q puntiforme e ferma (r_A, r_B rispettive distanze di A, B da Q)

$$\Delta V = V_B - V_A = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_m}\left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right)$$

Definizione generale di potenziale elettrico in un punto, generato da una carica Q di tipo qualsiasi e ferma

$$V_P = -\int_\infty^P \vec{E}\cdot d\vec{s}$$

Potenziale elettrico in un punto generato da una carica Q puntiforme e ferma a una distanza r

$$V_r = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_m} \cdot \frac{1}{r}$$

Potenziale elettrico generato da un sistema di cariche puntiformi ferme $Q_1, .Q_2, ..., Q_n$ in un punto P situato rispettivamente a distanza $r_1, r_2, ..., r_n$

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_m}\left(\frac{Q_1}{r_1} + \frac{Q_2}{r_2} + ... + \frac{Q_n}{r_n}\right)$$

Differenza di potenziale in un campo elettrico uniforme tra due punti allineati alle linee di campo ($\vec{d}$ distanza tra i due punti)

$$\Delta V = V_B - V_A = \begin{cases} -Ed < 0 & \text{se } \vec{E} \ // \ \vec{d} \text{ e concordi} \\ \\ Ed > 0 & \text{se } \vec{E} \ // \ \vec{d} \text{ e discordi} \end{cases}$$

Differenza di potenziale in un campo elettrico uniforme tra due punti qualsiasi

$$\Delta V = V_B - V_A = \vec{E} \cdot \vec{d}$$

Potenziale di un filo carico unif.

$$V = -\frac{\lambda}{2\pi \varepsilon_0} \ln(r)$$

Potenziale di un piano o piasta unif.

$$V = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} r$$

Gradiente del potenziale elettrico

$$\vec{E} = -\nabla V$$

Superfici equipotenziali: V costante sulla superficie. Campo elettrico perpendicolare in ogni punto della superficie.

Potenziale generato da una sfera piena e uniformemente carica in funzione della distanza r dal centro (ρ densità volumica di carica, $R, \mathcal{V}$ raggio e volume della sfera)

$$\rho = \frac{Q}{\mathcal{V}} = \text{costante} \quad \to \quad V(r) = \begin{cases} \frac{Q}{8\pi\varepsilon_m R}\left(3 - \frac{r^2}{R^2}\right) & \text{se } 0 \le r \le R \\ \\ \frac{Q}{4\pi\varepsilon_m r} & \text{se } r > R \end{cases}$$

Potenziale cilindro R, ρ

$$\varphi = -\frac{r^2 \rho}{4\varepsilon_0} \qquad r < R$$

$$\varphi = \frac{R^2 \rho \left(2\ln\left(\frac{r}{R}\right) + 1\right)}{4\varepsilon_0} \qquad r > R$$

Potenziale generato da un anello uniformemente carico sul suo asse di simmetria in funzione della distanza x dal centro (λ densità lineare di carica, R, l raggio e lunghezza dell'anello)

$$\lambda = \frac{Q}{l} = \text{costante} \quad \to \quad V(x) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_m}\frac{Q}{\sqrt{x^2+R^2}}$$

Potenziale generato da un disco uniformemente carico sul suo asse di simmetria in funzione della distanza x dal centro (σ densità superficiale di carica, R, S raggio e area del disco)

$$\sigma = \frac{Q}{S} = \text{costante} \quad \to \quad V(x) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_m}\left[\sqrt{x^2+R^2} - x\right]$$

Moto di una carica in un campo elettrico uniforme - Carica $q > 0$ inizialmente ferma a ridosso dell'armatura positiva di un condensatore piano (MRUA) (m massa della particella, d distanza tra le armature)

$$a = \frac{qE}{m} = \frac{q(-\Delta V)}{md}$$

$$v_f = \sqrt{\frac{2qEd}{m}} \quad ; \quad v_f = \sqrt{\frac{2q(-\Delta V)}{m}}$$

$$t_f = \sqrt{\frac{2d}{a}}$$

- Moto di una carica in un campo elettrico uniforme - Carica $q > 0$ che entra perpendicolarmente in un condensatore piano a metà tra le due armature con velocità v_0 (Moto parabolico) (m massa della particella, d distanza tra le armature)

$$\begin{cases} x = v_0 t \\ \\ y = -\frac{qE}{2m}t^2 \end{cases}$$

$$\text{Deflessione}: \ h = -\frac{qEL^2}{2mv_0^2}$$

$$\text{Angolo di deflessione : } \vartheta = -\arctan\left(\frac{qEL}{2mv_0^2}\right)$$

$$v_f = \sqrt{v_0^2 + \left(\frac{qEL}{mv_0}\right)^2}$$

Proprietà dei conduttori in equilibrio elettrostatico

1) All'interno di un conduttore in equilibrio elettrostatico il campo elettrico è nullo.

2) Nei conduttori in equilibrio elettrostatico la carica elettrica si distribuisce soltanto sulla superficie esterna.

3) La superficie esterna di un conduttore in equilibrio elettrostatico è una superficie equipotenziale.

4) Il campo elettrico sulla superficie esterna di un conduttore in equilibrio elettrostatico è perpendicolare alla superficie stessa in ogni suo punto.

5) La densità superficiale di carica è maggiore laddove il raggio di curvatura della superficie esterna è minore.

Capacità elettrica di un conduttore qualsiasi (Q carica elettrica, V potenziale elettrico)

C conduttore sferico $C = 4\pi\varepsilon_0 R$

$$C = \frac{Q}{V} \quad \rightarrow \quad \mathrm{F}$$

$$1\ \mathrm{F} = \frac{1\ \mathrm{C}}{1\ \mathrm{V}} = 1\ \frac{\mathrm{C}^2}{\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}}$$

Capacità elettrica di un conduttore sferico di raggio r posto nel vuoto

$$C = 4\pi\varepsilon_0 r$$

Capacità di un condensatore qualsiasi

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{V_+ - V_-} \quad (Q > 0,\ \Delta V > 0)$$

Capacità di un condensatore piano (S superficie di un'armatura, d distanza tra le due armature, ε_m costante dielettrica assoluta del mezzo interposto tra le armature)

$$C = \varepsilon_m \frac{S}{d} \quad (d^2 << S)$$

Modulo del campo elettrico all'interno di un condensatore piano (σ densità superficiale di carica di un'armatura)

$$E = \frac{|\sigma|}{\varepsilon_m} \quad (d^2 << S)$$

Differenza di potenziale tra le armature di un condensatore piano

$$\Delta V = V_+ - V_- = \frac{Qd}{S\varepsilon_m} \quad (d^2 << S,\ Q > 0)$$

Capacità di un condensatore cilindrico (L, R_1, R_2 rispettivamente altezza del condensatore e raggi delle armature interna ed esterna, ε_m costante dielettrica assoluta del mezzo interposto tra le armature)

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_m L}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)} \quad (R_2 > R_1,\ L >> R_1, R_2)$$

Modulo del campo elettrico all'interno di un condensatore cilindrico in funzione della distanza r dall'asse di simmetria

$$E(r) = \frac{|Q|}{2\pi\varepsilon_m L}\cdot\frac{1}{r} \quad (R_1 < r < R_2,\ L >> R_1, R_2)$$

Differenza di potenziale tra le armature di un condensatore cilindrico

$$\Delta V = V_2 - V_1 = -\frac{Q}{2\pi\varepsilon_m l}\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right) \quad (R_2 > R_1,\ L >> R_1, R_2,\ Q \text{ su } 1)$$

Capacità di un condensatore sferico (R_1, R_2 rispettivamente raggi delle armature interna ed esterna, ε_m costante dielettrica assoluta del mezzo interposto tra le armature)

$$C = 4\pi\varepsilon_m \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1} \quad (R_2 > R_1)$$

Modulo del campo elettrico all'interno di un condensatore sferico in funzione della distanza r dal centro

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_m} \cdot \frac{|Q|}{r^2} \quad (R_1 < r < R_2)$$

Differenza di potenziale tra le armature di un condensatore sferico

$$\Delta V = V_2 - V_1 = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_m} \cdot \frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2} \quad (R_2 > R_1,\ Q \text{ su } 1)$$

Capacità equivalente di un collegamento di n condensatori in serie

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots + \frac{1}{C_n}$$

$$C_{eq} < C_1, C_2, \ldots, C_n$$

Capacità equivalente di un collegamento di 2 condensatori in serie

$$C_{eq} = \frac{C_1 C_2}{C_2 + C_1} = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)^{-1}$$

Carica elettrica nei collegamenti di condensatori in serie

$$Q_1 = Q_2 = \ldots = Q_n = Q$$

$$(Q, Q_1, Q_2, \ldots, Q_n > 0)$$

Differenza di potenziale nei collegamenti di condensatori in serie

$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2 + \ldots + \Delta V_n$$

$$(\Delta V, \Delta V_1, \Delta V_2, \ldots, \Delta V_n > 0)$$

Capacità equivalente di un collegamento di n condensatori in parallelo

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + \ldots + C_n$$

$$C_{eq} > C_1, C_2, \ldots, C_n$$

Carica elettrica nei collegamenti di condensatori in parallelo

$$Q = Q_1 + Q_2 + \ldots + Q_n$$

$$(Q, Q_1, Q_2, \ldots, Q_n > 0)$$

Differenza di potenziale nei collegamenti di condensatori in parallelo

$$\Delta V_1 = \Delta V_2 = \ldots = \Delta V_n = \Delta V$$

$$(\Delta V, \Delta V_1, \Delta V_2, \ldots, \Delta V_n > 0)$$

Energia immagazzinata in un condensatore

$$E_{imm} = \frac{1}{2} Q \Delta V \qquad U = \frac{QV}{2}$$

si può usare $(\Longleftrightarrow)$ $\exists!\ V$ tipo nei condensatori

$$E_{imm} = \frac{1}{2} C (\Delta V)^2 \qquad U = \frac{CV^2}{2}$$

$$E_{imm} = \frac{Q^2}{2C} \qquad U = \frac{Q^2}{2C}$$

$$U = \int dV\, \varepsilon_0 E^2/2$$

Costante dielettrica relativa del mezzo con le differenze di potenziale in un condensatore con dielettrico (ΔV_0 d.d.p. tra le armature in presenza del vuoto, ΔV d.d.p. tra le armature in presenza del dielettrico)

$$\varepsilon_{r,m} = \frac{\Delta V_0}{\Delta V}$$

Differenza di potenziale di un condensatore con dielettrico (ΔV_0 d.d.p. tra le armature in presenza del vuoto)

$$\Delta V = \frac{\Delta V_0}{\varepsilon_{r,m}}$$

Modulo del campo elettrico di un condensatore con dielettrico (E_0 modulo del campo elettrico tra le armature in presenza del vuoto)

$$E = \frac{E_0}{\varepsilon_{r,m}}$$

Modulo del campo elettrico del dielettrico polarizzato, ossia il campo elettrico che si genera al suo interno

$$E_m = E_0 - E$$

$$E_m = \frac{\varepsilon_{r,m} - 1}{\varepsilon_{r,m}} \cdot \frac{|\sigma|}{\varepsilon_0}$$

Suscettibilità (o suscettività) elettrica del mezzo

$$\chi_m = \varepsilon_{r,m} - 1$$

Campo elettrico del dielettrico polarizzato in termini della suscettibilità elettrica del mezzo

$$E_m = \frac{\chi_m}{\chi_m + 1} \cdot \frac{|\sigma|}{\varepsilon_0}$$

Densità superficiale di carica del dielettrico

$$\sigma_m = \frac{\varepsilon_{r,m} - 1}{\varepsilon_{r,m}}\sigma$$

Modulo del campo elettrico del dielettrico polarizzato in termini della densità superficiale di carica del dielettrico

$$E_m = \frac{|\sigma_m|}{\varepsilon_0}$$

Modulo del campo elettrico di un condensatore con dielettrico

$$E = \frac{|\sigma|}{\varepsilon_0} - \frac{|\sigma_m|}{\varepsilon_0}$$

Capacità di un condensatore con dielettrico

$$C = \varepsilon_{r,m} C_0$$

Momento di dipolo elettrico di un dipolo

$$\vec{p} = |Q|\vec{x}$$

Momento di dipolo elettrico di un atomo (Z numero atomico, e carica elementare, $\vec{x}$ vettore che congiunge il polo negativo con il polo positivo)

$$\vec{p} = Ze\vec{x}$$

Polarizzazione del dielettrico ($\vec{E}$ campo elettrico agente sul dielettrico)

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi_m \vec{E}$$

Intensità di corrente elettrica (caso generale)

$$i(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt}$$

Intensità di corrente elettrica (costante nel tempo)

$$i(t) \text{ costante } \to \ i = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

Intensità di corrente in termini della velocità di deriva (con i costante nel tempo; η numero di cariche in movimento per unità di volume; q valore di una singola carica; v_d velocità di deriva)

$$i = \eta q A v_d$$

Densità di corrente e velocità di deriva

$$\vec{J} = \eta e \vec{v}_d \quad (e > 0)$$

$J = \sigma E$

σ = conducibilità

$\rho = \frac{1}{\sigma}$ = resistività

Intensità di corrente come flusso della densità di corrente attraverso una superficie $\mathcal{S}$ di area S

$$i = \Phi_{\mathcal{S}}(\vec{J}) \quad (\mathcal{S} \text{ aperta})$$

Relazione tra intensità di corrente e densità di corrente (sezione trasversale $\mathcal{S}$ di area S)

$$i = JS \ ; \ J = \frac{i}{S} \quad (\mathcal{S} \text{ aperta e trasversale})$$

effetto Joule $\frac{dW}{dV} = J.E$

$\Rightarrow W = V.E.J$

Principio di conservazione della carica elettrica all'interno di una superficie chiusa $\mathcal{S}$

$$\Phi_{\mathcal{S}}(\vec{J}) = -\frac{dQ_{int}}{dt} \quad (\mathcal{S} \text{ chiusa})$$

$V = IR$

↳ resistenza

Principio di conservazione della carica elettrica all'interno di una superficie chiusa $\mathcal{S}$ in forma differenziale

$W =$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (\mathcal{S} \text{ chiusa})$$

$W = RI^2 = VI$

Regime di corrente elettrica stazionario

$$\frac{dQ_{int}}{dt} = 0 \quad \to \quad Q_{int} \text{ costante} \quad (\mathcal{S} \text{ chiusa})$$

$$\Phi_{\mathcal{S}}(\vec{J}) = 0 \quad (\mathcal{S} \text{ chiusa})$$

$U_{Joule} = \int W \, dt$

Equazione di continuità per la corrente elettrica in regime stazionario

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (\mathcal{S} \text{ chiusa})$$

Circuiti a corrente continua (circuiti con corrente in regime stazionario; ΔV d.d.p. ai capi del circuito)

$$i(t) = i = \text{costante}$$

$$\Delta V = \text{costante}$$

Forza elettromotrice di generatori ideali / reali

$$\text{Generatore ideale: } \text{fem} = \Delta V$$

$$\text{Generatore reale: } \text{fem} \geq \Delta V$$

Lavoro di un generatore ideale per spostare una carica Q dal polo - al polo +

$$L = Q \cdot \text{fem} \quad (\text{ideale})$$

Prima legge di Ohm (ΔV d.d.p. ai capi del resistore, i intensità di corrente che attraversa il resistore e R resistenza elettrica)

$$\Delta V = Ri$$

$$R \ \to \ \Omega \quad ; \quad 1\,\Omega = \frac{1\text{ V}}{1\text{ A}}$$

Seconda legge di Ohm (ρ resistività del materiale, l lunghezza del conduttore e S sezione trasversale del conduttore rispetto alla direzione di passaggio della corrente)

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

$$\rho \ \to \ \Omega \cdot \text{m}$$

Relazione tra resistività e temperatura (ρ resistività del materiale alla temperatura T, ρ_0 resistività del materiale a temperatura ambiente $T_0 = 20\ ^\circ\text{C}$, α coefficiente di resistività del materiale)

$$\rho = \rho_0 \left(1 + \alpha \Delta T\right)$$

Conducibilità elettrica e legge di Ohm (σ conducibilità, η numero di portatori di carica per unità di volume, τ tempo medio di libero cammino, e carica elementare, m_e massa dell'elettrone)

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$

$$\text{dove } \sigma = \frac{\eta \tau e^2}{m_e}$$

Conducibilità elettrica e resistività elettrica

$$\sigma = \frac{1}{\rho}$$

Velocità di deriva e tempo medio di libero cammino

$$\vec{v}_d = \frac{e\vec{E}}{m_e}\tau$$

Materiali superconduttori (T_c temperatura critica, ρ resistività)

$$0\ \text{K} \leq T \leq T_c \ \rightarrow \ \rho(T) = 0$$

potenza

$$W_{Joule} = \int dV\, \sigma E_r^2$$

$$U_{Joule} = \int dt\, W_{Joule}$$

Potenza elettrica di un conduttore ohmico attraversato da corrente continua

$$P = Ri^2$$

$$P = i\Delta V$$

$$P = \frac{(\Delta V)^2}{R}$$

Calore dissipato da un qualsiasi conduttore ohmico attraversato da corrente per effetto Joule in un intervallo di tempo Δt

$$Q = P\Delta t$$

Resistenza equivalente di un collegamento di n resistenze in serie (resistori ohmici attraversati da corrente continua)

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + ... + R_n$$

$$R_{eq} > R_1, R_2, ..., R_n$$

Intensità di corrente nei collegamenti di resistenze in serie

$$i_1 = i_2 = ... = i_n = i$$

Differenza di potenziale nei collegamenti di resistenze in serie

$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2 + ... + \Delta V_n$$

Resistenza equivalente di un collegamento di n resistenze in parallelo (resistori ohmici attraversati da corrente continua)

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + ... + \frac{1}{R_n}$$

$$R_{eq} < R_1, R_2, ..., R_n$$

Resistenza equivalente di un collegamento di 2 resistenze in parallelo

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

Intensità di corrente nei collegamenti di resistenze in parallelo

$$i = i_1 + i_2 + ... + i_n$$

Differenza di potenziale nei collegamenti di resistenze in parallelo

$$\Delta V_1 = \Delta V_2 = ... = \Delta V_n = \Delta V$$

Prima legge di Kirchhoff (Legge dei nodi)

$$\sum_{k=1}^{N} i_k = 0 \quad \text{(somma algebrica)}$$
$$(+ \text{ entrante}, \ - \text{ uscente})$$

Seconda legge di Kirchhoff (Legge delle maglie)

$$\sum_{k=1}^{N} \Delta V_k = 0 \quad \text{(somma algebrica)}$$

Corrente erogata da un generatore reale di tensione collegato a una resistenza R (con r resistenza interna)

$$i = \frac{\text{fem}}{r+R}$$

Differenza di potenziale di un generatore reale di tensione collegato a una resistenza R

$$\Delta V = \frac{R}{r+R} \cdot \text{fem}$$

Resistenza interna di un generatore reale di tensione collegato a una resistenza R

$$r = \frac{\text{fem} - \Delta V}{\Delta V} \cdot R$$

Costante di tempo nei circuiti RC con generatore di tensione ideale e a corrente continua (resistore ohmico con resistenza R capacità del condensatore C)

$$\tau = RC$$

Processo di carica in un circuito RC: carica sull'armatura positiva del condensatore in funzione del tempo

$$q(t) = C \cdot \text{fem} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$q_{min} = q(0) = 0$$

$$q_{sup} = q(\infty) = C \cdot \text{fem}$$

$$q(\tau) = 63\% \ q_{sup} \quad ; \quad q(4\tau) = 98\% \ q_{sup}$$

Processo di carica in un circuito RC: intensità di corrente in funzione del tempo

$$i(t) = \frac{\text{fem}}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$i_{max} = i(0) = \frac{\text{fem}}{R}$$

$$i_{inf} = i(\infty) = 0$$

Processo di carica in un circuito RC: differenza di potenziale ai capi del condensatore e della resistenza

$$\Delta V_C(t) = \frac{q(t)}{C} = \text{fem} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$\Delta V_R(t) = Ri(t) = \text{fem} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Processo di scarica in un circuito RC: intensità di corrente in funzione del tempo

$$i(t) = -\frac{\text{fem}}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$i_{min} = i(0) = -\frac{\text{fem}}{R}$$

$$i_{sup} = i(\infty) = 0$$

Processo di scarica in un circuito RC: carica sull'armatura positiva del condensatore in funzione del tempo

$$q(t) = C \cdot \text{fem} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$q_{max} = q(0) = C \cdot \text{fem}$$

$$q_{inf} = q(\infty) = 0$$

Prima legge di Faraday sull'elettrolisi

$$M = \frac{M_m}{N_A z e} Q$$

con:

- M massa che si deposita sull'elettrodo, detta anche *massa liberata*;

- Q quantità di carica;

- M_m massa di una mole della sostanza, ossia la sua massa molare;

- N_a numero di Avogadro $(N_a \simeq 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1})$;

- e carica elementare;

Seconda legge di Faraday sull'elettrolisi (con $\frac{M_m}{z}$ equivalente elettrochimico)

$$M = \frac{Q}{N_a e} \cdot \frac{M_m}{z}$$

Costante di Faraday

$$F = eN_A \simeq (1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}) \cdot \left(6,02 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}}\right) \simeq 96\ 485 \frac{\text{C}}{\text{mol}}$$

$$F = 96\ 485,3365(21) \frac{\text{C}}{\text{mol}}$$