

Esercitazione 13

martedì 4 gennaio 2022 09:09

MUTUA POSIZIONE DI RETTE AFFINI IN \mathbb{R}^3

Le sol. di un sistema risolubile sono un ssp affine di dimensione $n - \text{rk} A$

↓
è un traslato di un ssp. v. W

↓
 $\underline{v} + W \quad \dim = \dim W.$

Sia $\underline{r}_1 = \underline{v}_1 + W_1 \quad \underline{r}_2 = \underline{v}_2 + W_2 \quad \subset \mathbb{R}^3$ rette affini.

1) incidenti se $\underline{r}_1 \cap \underline{r}_2 \neq \emptyset$ $\times /$

2) parallele se $W_1 = W_2$ $// /$

3) sghembe se $\underline{r}_1 \cap \underline{r}_2 = \emptyset$ e $W_1 \neq W_2$ \times

$\underline{r}_1 \equiv \text{sol. di } A_1 \underline{x} = \underline{b}_1$

$\underline{r}_2 \equiv \text{sol. di } A_2 \underline{x} = \underline{b}_2$

$W_1 \equiv \text{sol. di } A_1 \underline{x} = \underline{0}$

$W_2 \equiv \text{sol. di } A_2 \underline{x} = \underline{0}$

$W_1 \cap W_2$?

$\dim W_1 \cap W_2 = 3 - \text{rk} \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix} =$

- 1 se $\text{rk} \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix} = 2 \Rightarrow r_1 = r_2$
- $W_1 = W_2$ parall.
- 0 se $\text{rk} \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix} = 3$

$W_1 \neq W_2$ non parall.
 $r_1 \neq r_2$

Sono incidenti o sghembe?

$\text{rk} \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix} = 2, 3$

$\text{rk} \begin{pmatrix} A_1 & | & \underline{b}_1 \\ A_2 & | & \underline{b}_2 \end{pmatrix} = 2, 3, 4$

Se $\text{rk} \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix} = 2 \Rightarrow \text{rk} \begin{pmatrix} A_1 & | & \underline{b}_1 \\ A_2 & | & \underline{b}_2 \end{pmatrix} = 2 \vee 3$

- ↓ $r_1 = r_2$
- ↙ uguali
- ↓ $//$ parallele distinte

Se $\text{rk} \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix} = 3 \Rightarrow \text{rk} \begin{pmatrix} A_1 & | & b_1 \\ A_2 & | & b_2 \end{pmatrix} = 3$ $\begin{matrix} \swarrow \text{uguali} \\ \downarrow \\ \downarrow \end{matrix}$ $\begin{matrix} \text{incidenti} \\ \text{distinte} \end{matrix}$ $\begin{matrix} \downarrow \\ \downarrow \end{matrix}$ $\begin{matrix} \text{distinte} \\ \text{soluzione} \end{matrix}$