

1 Esercizio E2

Sfocare la foto del gatto con la psf data dalla matrice tridiagonale 21 x 21 che ha elementi diagonali, sopradia-
gonali e sottodiagonali uguali a $\frac{1}{61}$ e aggiungere il 2% di rumore con il comando $A = A + randn(m, n, 3) * 0.02$;
dove A è la matrice dell'immagine sfocata rappresentata in formato double con elementi tra 0 e 1.
Successivamente applicare le iterazioni del metodo del gradiente coniugato con tolleranza massima 10^{-10} e
massimo di iterazioni 500 senza regolarizzazione e poi con regolarizzazione con $\alpha = 0.01$.

1.1 Obiettivo

Data un'immagine sfocata ci poniamo il problema di ricostruire l'immagine originale, noto un modello che
approssimi come è stata sfocata. Data dunque un'immagine sfocata e supposta nota la PSF, per poter ottenere
l'immagine originale è sufficiente risolvere un sistema lineare, per esempio applicando metodi iterativi come
quello di Richardson oppure del gradiente coniugato. Si vuole dunque:

1. Sfocare un'immagine dato il kernel della sfocatura
2. Aggiungere del rumore casuale all'immagine
3. Ricostruire l'immagine originale tramite il metodo del gradiente coniugato e tramite la sua variante con
regolarizzazione

1.2 Function e script

function 1

```
function [B, psf] = sfoca(A)
% function [B, psf] = sfoca(A)
% In input:
% A, matrice dell'immagine da sfocare
% In output:
% B, matrice dell'immagine sfocata
% psf, matrice della PSF utilizzata
% Definisco la PSF
psf=zeros(21,21);
psf(1,1)=1/61;
psf(1,2)=1/61;
psf(21,21)=1/61;
psf(21,20)=1/61;
for i=2:20
for j=i-1:i+1
psf(i,j)=1/61;
end
end
B = A;
% Applico la sfocatura
for j = 1 : 3
B(:, :, j) = conv2(A(:, :, j), psf, 'same');
end
end
```

function 2

```
function C = recover(B, psf)
% function C = recover(B, psf)
% In input:
% B, matrice dell'immagine sfocata
% psf, matrice della PSF
```

```

% In output:
% C, matrice con 1 immagine restaurata
%RECOVER_GRADIENT
[m,n,~]=size(B);
% PSF "flippata", corrispondente alla moltiplicazione per % la matrice
  trasposta.
psfr = psf(end:-1:1,end:-1:1);
% Right hand side
b = B;
for j = 1 : size(b, 3)
b(:, :, j) = conv2(B(:, :, j), psfr, 'same');
end
% Operatore lineare PSF * PSF come funzione inline
function y = Op(x)
V=reshape(x,m,n,3);
for jj=1:3
V(:, :, jj) = conv2(conv2(V(:, :, jj), psf, 'same'), psfr, 'same');
end
y=reshape(V,m*n*3,1);
end
% Risolvo il sistema
v=reshape(b,m*n*3,1);
v=pcg(@Op, v, 1.e-10, 500);
C=reshape(v,m,n,3);
end

function 3

function C = recover_reg(B, psf)
% function C = recover_reg(B, psf) % In input:
% B, matrice dell'immagine sfocata
% psf, matrice della PSF
% In output:
% C, matrice con 1 immagine restaurata
%RECOVER_GRADIENT_REG
[m,n,~]=size(B);
% Costante per la regolarizzazione
alpha=0.01;
% PSF "flippata", corrispondente alla moltiplicazione per la matrice
  trasposta.
psfr = psf(end:-1:1,end:-1:1);
% Right hand side
b = B;
for j = 1 : size(b, 3)
b(:, :, j) = conv2(B(:, :, j), psfr, 'same');
end
% Operatore lineare PSF * PSF come funzione inline
function y = Op(x)
V=reshape(x,m,n,3);
for jj=1:3
V(:, :, jj) = conv2(conv2(V(:, :, jj), psf, 'same'), psfr, 'same');
end
y=reshape(V,m*n*3,1)+alpha*x;
end
% Risolvo il sistema
v=reshape(b,m*n*3,1);
v=pcg(@Op, v, 1.e-10, 500);
C=reshape(v,m,n,3);
end

Script per la sperimentazione sulla sfocatura di immagini
A=imread('gatto.png'); % Carico 1 immagine
A=double(A);

```

```

A=A/255;
[m,n,~]=size(A);
[B,psf]=sfoca(A); % Applico la sfocatura
B = B + randn(m,n, 3) * 0.02; % Aggiungo rumore
C=recover(B, psf); % Applico il metodo del gradiente coniugato
D=recover_reg(B,psf); % Applico il metodo del gradiente coniugato con
    regolarizzazione
imwrite(B, 'gatto_sfocato.png');
imwrite(C, 'gatto_rec.png');
imwrite(D, 'gatto_rec_reg.png');

```

1.3 Commenti

Tramite lo Script, data l'immagine A in forma matriciale, la Function1 (sfoca) costruisce la PSF voluta e applica la sfocatura, dando in output l'immagine B. A questo punto viene sommata una matrice casuale (rumore) e vengono costruite C e D rispettivamente con le funzioni Function2 (recover) e Function3 (recover_reg), che applicano il metodo del gradiente coniugato senza e con regolarizzazione.

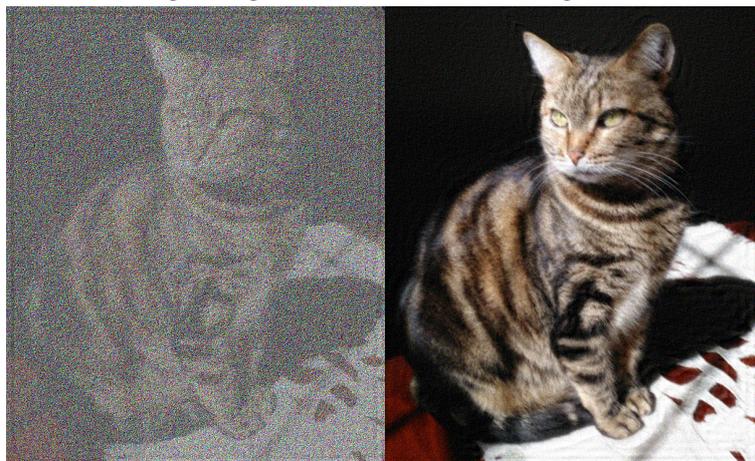
Dalle immagini che seguono possiamo vedere come, a cause dell'alto numero di iterazioni compiute per il restauro dell'immagine, il metodo del gradiente coniugato senza regolarizzazione produca un'immagine molto danneggiata, mentre nel caso regolarizzato il soggetto è ben più riconoscibile, nonostante la fotografia sia ancora parzialmente sfocata.

1.4 Immagini



(a) Immagine originaria

(b) Immagine sfocata



(c) senza regolarizzazione

(d) con regolarizzazione

1.5 Note

Ho lavorato con Chiara Di Sano