# Appunti di Fisica

Gabriel Antonio Videtta

18 gennaio 2022

# Indice

**1 I moti principali della fisica** **2**

1.1 Il moto rettilineo uniforme (m.u.a.) . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2

1.1.1 Le equazioni del moto in un sistema di riferimento unidimensionale . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2

1.1.2 Lo spostamento in funzione della velocità e dell'accelerazione . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 3

1.2 Il moto dei proiettili . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 3

1.2.1 Le equazioni del moto dei proiettili . . . . . . . . . . . . . . 3

1.2.2 Il calcolo della gittata e della traiettoria . . . . . . . . . . . 4

# Capitolo 1

# I moti principali della fisica

## 1.1 Il moto rettilineo uniforme (m.u.a.)

Conoscendo le definizioni di accelerazione ($\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$) e di velocità ($\vec{v} = \frac{d\vec{x}}{dt}$) è possibile, ponendo l'accelerazione costante (i.e. il *jerk* è nullo, $\frac{d\vec{a}}{dt} = 0$), ricavare numerose formule.

### 1.1.1 Le equazioni del moto in un sistema di riferimento unidimensionale

Le equazioni del moto sono le seguenti:

$$\begin{cases} x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \\ v(t) = v_0 + at \end{cases} \tag{1.1}$$

*Dimostrazione.* Da $a = \frac{dv}{dt}$, si ricava $dv = a \cdot dt$, da cui:

$$\int dv = \int a \, dt = a \int dt \Rightarrow v = v_0 + at$$

Dimostrata questa prima equazione, è possibile dimostrare in modo analogo l'altra:

$$\int dx = \int v \cdot dt = \int v_0 \, dt + \int at \, dt = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

La dimostrazione può essere inoltre resa immediata se si sviluppano $x(t)$ e $v(t)$ come serie di Taylor-Maclaurin.

$\square$

### 1.1.2 Lo spostamento in funzione della velocità e dell'accelerazione

Senza ricorrere alla variabile di tempo $t$, è possibile esprimere lo spostamento in funzione della velocità e dell'accelerazione mediante le seguente formula:

$$x - x_0 = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} \tag{1.2}$$

*Dimostrazione.* Considerando $a = \frac{dv}{dt}$, è possibile riscrivere, mediante l'impiego delle formule di derivazione delle funzioni composte, quest'ultima formula:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dx}{dt}\frac{dv}{dx} = v\,\frac{dv}{dx}$$

Da ciò si può ricavare infine l'ultima formula:

$$a\,dx = v\,dv \Rightarrow a\int dx = \int v\,dv$$

E quindi:

$$a(x - x_0) = \frac{v^2 - v_0^2}{2} \Rightarrow x - x_0 = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$$

$\square$

## 1.2 Il moto dei proiettili

Il *moto dei proiettili*, o moto parabolico, non è altro che la forma vettoriale del m.u.a. sfruttando due accelerazioni per entrambe le dimensioni: una nulla (quella dello spostamento parallelo al terreno) ed una pari a $-g$ (quella data dalla gravità nello spostamento normale al terreno).

### 1.2.1 Le equazioni del moto dei proiettili

Riprendendo le precedenti considerazioni, si può dunque scrivere l'equazione del moto in forma vettoriale:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} + \vec{v_0}t + \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 \\ -g \end{pmatrix} t^2 \tag{1.3}$$

O si può separare quest'ultima in due equazioni:

$$\begin{cases} x(t) = x_0 + v_0\cos(\theta)t \\ y(t) = y_0 + v_0\sin(\theta)t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases} \tag{1.4}$$

### 1.2.2 Il calcolo della gittata e della traiettoria

Definita la *gittata* come la distanza tra il punto di lancio ed il punto in cui il corpo assume la stessa ordinata del punto di lancio e la *traiettoria* come la distanza tra il punto di lancio ed il punto in cui il corpo assume la massima ordinata, si possono facilmente dimostrare le seguenti equazioni:

$$\begin{cases} x_{\text{gittata}} = \dfrac{v_0^2 \sin(2\theta)}{g} \\ x_{\text{traiettoria}} = \dfrac{1}{2} x_{\text{gittata}} = \dfrac{v_0^2 \sin(2\theta)}{2g} \end{cases} \tag{1.5}$$