Theorema 1. Dato loco geometrico qui parabolam, cuius axis directus est, describit, ille ab polynomio in forma $ax^2 + bx + c$ exprimetur.

Demonstratio. Data parabola descripta in hypothese, foci abscissa verticis eadem est.

Itaque definimus:

$$V(0;0) \quad F(0;f) \quad D(0;-f) \quad d : y = -f$$
$$f \in \mathbb{R}$$

Hae res mutabiles parabolam describunt. Definimus punctum $Q(x';-f)$, quod proiectio generalis puncti $P(x';y')$ rectae lineae d est. Habemus, per definitione:

$$\overline{PF} = \overline{PQ}$$

Ergo, computamus:

$$\sqrt{x'^2 + y'^2} = |y' + f|$$

Hoc impetramus:

$$y' = \frac{x'^2}{4f}$$

Per traslatione, totas parabolas impetramus. Dato vectore $\vec{v}(x_v, y_v)$, habemus:

$$\begin{cases} x = x' + \vec{v} \\ y = y' + \vec{v} \end{cases}$$

Ergo, y' substituimus et computamus:

$$y = \frac{1}{4f}x^2 - \frac{x_v}{2f}x + \frac{x_v^2}{4f} + y_v$$

Definimus $a = \frac{1}{4f}, b = -\frac{x_v}{2f}, c = \frac{x_v^2}{4f} + y_v$. Denique, hoc impetramus:

$$y = ax^2 + bx + c$$

∎