

# Note del corso di Analisi matematica 1

Gabriel Antonio Videtta

28 aprile 2023

## Criterio di confronto per gli integrali

*Questo avviso sta ad indicare che questo documento è ancora una bozza e non è da intendersi né completo, né revisionato.*

Siano  $\int_a^b f(x) dx$  e  $\int_a^b g(x) dx$  due integrali impropri semplici in  $b$ .

**Proposizione.** Se  $0 \leq f \leq g$  in un intorno di  $b$ , allora:

(i) Se  $\int_a^b f(x) dx = +\infty$ , allora  $\int_a^b g(x) dx = +\infty$ .

(ii) Se  $\int_a^b g(x) dx < +\infty$ , allora  $\int_a^b f(x) dx < +\infty$ .

**Proposizione** (confronto asintotico debole). Se  $f, g \geq 0$  in un intorno di  $b$  e  $f(x) = O(g(x))$  per  $x \rightarrow b^-$ , allora:

(i) Se  $\int_a^b f(x) dx = +\infty$ , allora  $\int_a^b g(x) dx = +\infty$ .

(ii) Se  $\int_a^b g(x) dx < +\infty$ , allora  $\int_a^b f(x) dx < +\infty$ .

**Proposizione** (confronto asintotico forte). Se  $f, g \geq 0$  in un intorno di  $b$  e esiste  $0 < m < +\infty$  tale che  $f(x) \sim mg(x)$  per  $x \rightarrow b^-$ , allora i due integrali impropri hanno lo stesso comportamento.