

Simulazione di Compito

31 maggio 2024

Tempo a disposizione: 2 ore.

1. Sia $A = \mathbb{Z}[x]/(x^3 - 1)$.
 - i) Descrivi gli ideali primi e massimali di A .
 - ii) Trova gli elementi nilpotenti di $A/(3)$.
 - iii) L'anello A è isomorfo a $\mathbb{Z}[x]/(x - 1) \times \mathbb{Z}[x]/(x^2 + x + 1)$?
2. Sia $A = \mathbb{Q}[x, y]/(f)$, con $f(x, y) = x^2y - y - 1 \in \mathbb{Q}[x, y]$.
 - i) Mostra che A è isomorfo a un sottoanello di $\mathbb{Q}(t)$.
 - ii) Dimostra che A è un PID e descrivi gli ideali primi di A .
3. Sia $f(x) \in \mathbb{Q}[x]$ il polinomio $x^{12} - 4$, e sia L il suo campo di spezzamento su \mathbb{Q} .
 - i) Trova il gruppo di Galois di L su \mathbb{Q} .
 - ii) Mostra che L ha un'unica sottoestensione K di grado 6 e di Galois su \mathbb{Q} .
 - iii) Calcola $G(K | \mathbb{Q})$ e descrivi le sottoestensioni di K .