

Simulazione di Compito

24 aprile 2024

Tempo a disposizione: 2 ore.

1. Calcola il numero di sottogruppi isomorfi a D_6 in S_6 .
2. Sia G un gruppo finito, e sia p un primo che divide $|G|$.
 - i) Se $G = HK$ per certi $H, K \leq G$, mostra che esiste un p -Sylow P di G tale che $P \cap H \in \text{Syl}_p(H)$ e $P \cap K \in \text{Syl}_p(K)$.
 - ii) Se G è isomorfo a un prodotto semidiretto $N \rtimes H$ per certi $N, H \leq G$, dimostra che un p -Sylow P di G è isomorfo a un prodotto semidiretto $Q \rtimes R$, con $Q \in \text{Syl}_p(N)$, $R \in \text{Syl}_p(H)$.
3.
 - i) Sia p un primo, e sia $G = A_{p+1}$. Se P è un p -Sylow di G , calcola la cardinalità di $N_G(P)$.
 - ii) Mostra che un gruppo di ordine 336 non è semplice.